ECOOLE PRIVE ERRAJA

NOM : Naffissa / Rorma

N° 1077

CORRECTION :

EXERCICE :3

BAC

2013 SN

Nom : NAfissa / horma N° : 1077

3ème fois

Bac 2013 SN :

Ex : 3

1°) - a°) $\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} (3e^x - xe^x) = 0$

$\Rightarrow$ la droite (ox) : $y = 0$ est une A.H de $\mathcal{C}_f$ en $-\infty$

* $\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} (3-x)e^x = (-\infty)(+\infty) = -\infty$

* $\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{+\infty} \frac{(3-x)e^x}{x} = \lim\limits_{+\infty} \left(\frac{3}{x} - 1\right)e^x = -\infty$

$\Rightarrow$ $\mathcal{C}_f$ admet en $+\infty$ une B.P de direction (oy)

b°) $f'(x) = -1e^x + (3-x)e^x$
$= (-1+3-x)e^x = (2-x)e^x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

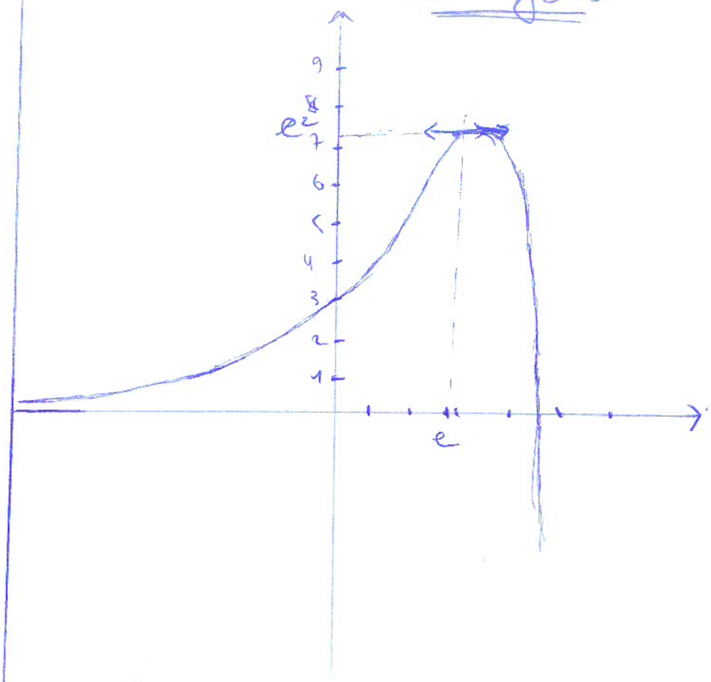
T.V de f

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$f'(x)$	+ 0 —
$f(x)$	$0 \nearrow e^2 \searrow -\infty$

c°) $\mathcal{C}_f \cap (ox)$: $f(x) = 0$
$\Rightarrow (3-x)e^x = 0$
$\Rightarrow 3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$

$\mathcal{C}_f \cap (ox) = \{(3;0)\}$

$\mathcal{C}_f \cap (oy) = \{(0;3)\}$



d°) $f'(x) - f(x) = (2-x)e^x - (3-x)e^x$
$= (2 - x - 3 + x)e^x = -e^x$

$\Rightarrow$ f est solution de l'équation différentielle $y' - y = -e^x$

Calcul de l'aire A :

$A = \int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 (f'(x) + e^x)\,d$
$= \left[f(x) + e^x\right]_0^3 = (e^3 - 4)$ u.a

2°) - a°) $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\frac{3^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{3^n}{n!}} = \frac{3^{n+1}}{(n+1)!} \times \frac{n!}{3^n}$

$= \frac{3^n \times 3 \times n!}{(n+1)n!\,3^n} = \frac{3}{n+1}$

or $n \geq 3 \Rightarrow n+1 \geq 4$

$\Rightarrow \frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 0 \leq \frac{3}{n+1} \leq \frac{3}{4}$

$\Rightarrow 0 \leq \frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{3}{4}$

b°) on a : $0 \leq \frac{U_{k+1}}{U_k} \leq \frac{3}{4}$

Pour tout $k \geq 3$

Nom: NAfissa Lhorma N° 1077 (Suite) 3ème fois

Bac 2013 SN (Suite) Ex 3

d) Demontrons par recurrence que $\forall n \geq 1$;

$$e^3 = 1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \cdots \frac{3^n}{n!} + I_n$$

* Verifions pour $n=1$

Pour $n=1$ on a:

$$\frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + I_1 = 1 + 3 + e^3 - 4$$
$$= e^3$$

Vraie pour $n=1$

* on suppose que

$$e^3 = 1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \cdots + \frac{3^n}{n!} + I_n$$

* on demontre que

$$e^3 = 1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^n}{n!} + \frac{3^{n+1}}{(n+1)!} + I_{n+1}$$

on a:

$$\underbrace{1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \cdots + \frac{3^n}{n!}}_{(e^3 - I_n)} + \frac{3^{n+1}}{(n+1)!} + I_{n+1}$$

$$(e^3 - I_n) + U_{n+1} + I_n - U_{n+1}$$
$$= e^3$$

Conclusion:

$\forall n \geq 1$ on a:

$$e^3 = \underbrace{1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \cdots + \frac{3^n}{n!}}_{S_n} + I_n$$

on a:

$$e^3 = S_n + I_n$$

$$\Rightarrow S_n = e^3 - I_n$$

$$\lim_{+\infty} S_n = \lim_{+\infty} e^3 - I_n$$
$$= e^3 - 0 = e^3$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{+\infty} S_n = e^3}$$

ECOOLE PRIVE ERRAJA

NOM : NAfissa horma

N° 1077

CORRECTION :

EXERCICE :2

BAC

2016 SN

Bac 2016 Sn:

Ex: 3

on pose:

$P(z) = (2i)^3 - (4+8i)(2i)^2 + (-14+24i)(2i) + 32+4i$

$= -8i - (4+8i)(-4) - 28i - 48 + 32 + 4i = -8i - (-16-32i) - 28i - 48 + 32 + 4i$

$= -36i + 36i - 32 + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{P(2i) = 0}$

determination de a et b:

Par Tableau d'horner:

	1	$-4-8i$	$-14+24i$	$32+4i$
$2i$	X	$2i$	$-8i+12$	$-4i-32$
	1	$-4-6i$	$-2+16i$	0

on a: $P(z) = (z-2i)(z^2+az+b)$

$\Rightarrow P(z) = (z-2i)(z^2-(4+6i)z-2+16i)$

1-b) L'ensemble des solutions

$P(z) = 0 \Leftrightarrow (z-2i)(z^2-(4+6i)z-2+16i) = 0$

$\begin{cases} z-2i = 0 \Rightarrow \boxed{z_1 = 2i} \\ (z^2-(4+6i)z-2+16i) = 0 \end{cases}$

on a: $\Delta = b^2 - 4ac = (-4-6i)^2 - 4(-2+16i)$

$= -20 + 48i + 8 - 64i = -12 - 16i$

$\Rightarrow \boxed{\Delta = -12-16i} \quad \sqrt{\Delta} = ?$

$\begin{cases} x^2+y^2 = 20 & (1) \\ x^2-y^2 = -12 & (2) \\ 2xy = -16 & (3) \end{cases} \xrightarrow{1+2} \begin{cases} 2x^2 = 8 \\ x^2 = 4 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

on remplace dans (3)

$2 \times 2 \times y = -16 \Rightarrow 4y = -16 \Rightarrow \boxed{y = -4}$

donc: $\boxed{\delta = 2-4i}$

$Z_2 = \frac{4+6i+2-4i}{2} = \frac{6+2i}{2} \Rightarrow \boxed{Z_2 = 3+i}$

$Z_3 = \frac{4+6i-2+4i}{2} = \frac{2+10i}{2} \Rightarrow \boxed{Z_3 = 1+5i}$

$S = \{2i ; 3+i ; 1+5i\}$

1-c) L'affixe du point G:

on a: G = bar

O	A	C
5	-7	4

$Z_G = \frac{0 \times 5 - 7(2i) + 4(1+5i)}{5-7+4} = \frac{-14i+4+20i}{2}$

$= \frac{6i+4}{2} = 3i+2 \Rightarrow \boxed{Z_G = 2+3i}$