Nom: Mouhamed Kaber/Salem
n° 1084
classe: 7D2
Ecole: Erreja Carrefour

Exercice (3) page (80)

1)- $f(x) = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
f est polynome, donc f est derivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1)$
$f'(x) = 3(x-1)(x+1)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$3(x^2-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$

- $f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = 1-3+1 = -3+2 = -1$
  $f(1) = -1 \Rightarrow (1,-1) \in C_f$
- $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = -\cancel{1}+3+\cancel{1} = 3$
  $f(-1) = 3 \Rightarrow (-1,3) \in C_f$

- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^3) = +\infty$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

2)- f est continue sur $\mathbb{R}$ et change le signe trois fois
Alors l'equation $f(x)=0$ admet 3 solutions dans $\mathbb{R}$: α, β et γ
$\alpha \in]-\infty,-1[$; $\beta \in]-1,1[$ et $\gamma \in]1,+\infty[$

Pour encadrer α, β et γ à 3.10^{-1} près

- pour α

$f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 1 = -1 < 0$
$\Rightarrow -2 < \alpha < -1$
- $f(-1,5) = 2,125 > 0$
  $\Rightarrow -2 < \alpha < -1,5$
- $f(-1,7) = 1,187 > 0$
  $\Rightarrow -2 < \alpha < -1,7$

-1 ⊕
$-1,5$ ⊖
$-1,7$ ⊕
2 ⊖

- pour β

$f(0) = 1 > 0$
$\Rightarrow 0 < \beta < 1$
$f(0,5) = -0,375 < 0$
$\Rightarrow 0 < \beta < 0,5$
$f(0,2) = 0,408 > 0$
$\Rightarrow 0,2 < \beta < 0,5$

1 $(-)$
$0,5$ $(-)$
$0,2$ $(+)$
0 $(+)$
-1 $(+)$

- pour γ

$f(2) = 3 > 0$
$\Rightarrow 1 < \gamma < 2$
$f(1,5) = -0,125 < 0$
$1,5 < \gamma < 2$
$f(1,7) = 0,813 > 0$
$1,5 < \gamma < 1,7$

2 $(+)$
$1,7$ $(+)$
$1,5$ $(-)$
1 $(-)$

on peut dire alors que
$\alpha \simeq -1,85$; $\beta \simeq 0,35$ et $\gamma = 1,6$

3)- $\mathcal{C}$ Coupe (Ox) si $f(x)=0$
Soit aux points $(\alpha,0)$; $(\beta,0)$ et $(\gamma,0)$
$\mathcal{C}$ Coupe (Oy) en $(0, f(0))$
sont au point $(0,1)$

On verifie que
$f(2a-x) + f(x) = 2b$
avec $(a,b) = (0,1)$

$f(2a-x) = f(0-x) = f(-x)$
$= (-x)^3 - 3(-x) + 1$
$= -x^3 + 3x + 1$

$f(2a-x) + f(x) = -\cancel{x^3} + \cancel{3x} + 1 + \cancel{x^3} - \cancel{3x} + 1$
$= 2 = 2\times1 = 2b$

alors le pt $I(0,1)$ est un centre de symetrie de $\mathcal{C}$.

4)-a-) $T: y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = -3x + 1$

b)- pour etudiér les positions relatives de $\mathcal{E}$ et T. on etudié le signe de $d(x) = f(x) - y$

$d(x) = x^3 - 3x + 1 - (-3x + 1)$

$d(x) = x^3 - \cancel{3x} + \cancel{1} + \cancel{3x} - \cancel{1}$

$d(x) = x^3$ même signe de x

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$d(x)$	$-$	0	$+$
	$\frac{T}{\mathcal{E}}$	contact	$\frac{\mathcal{E}}{T}$

La tangente T change de position relative avec $\mathcal{E}$ au pt de Contact alors ce point est un point d'inflexion de la Courbe $\mathcal{E}$.

5)-a- Courbe $\mathcal{E}$

. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

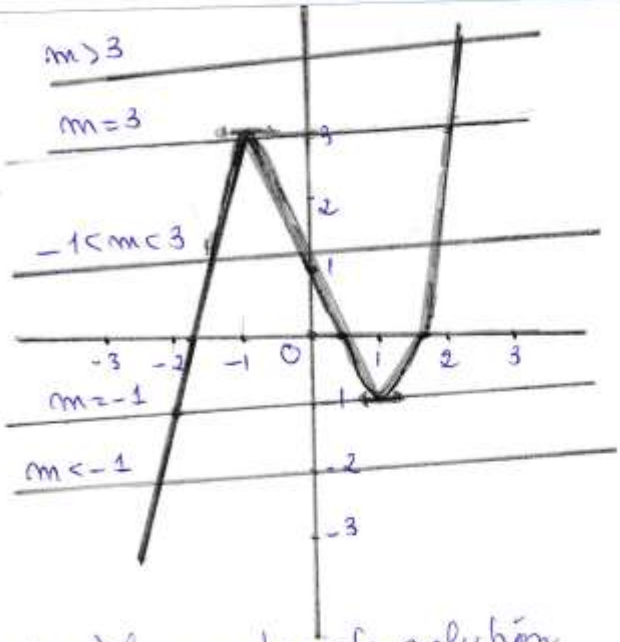
$\lim\limits_{\mp\infty} \left(\frac{x^3}{x}\right) = \lim\limits_{\mp\infty} (x^2) = +\infty$

alors $\mathcal{E}$ admet une b-p de direction (oy)

. Interpretation avec les axes $(\alpha, 0)$; $(\beta, 0)$; $(\gamma, 0)$ et $(0, 1)$

. point particulier

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	3	1	-1	3



b)- Le nombre de solution de l'equation $f(x) = m$ est egal au nombre de l'intersection entre $\mathcal{E}$ est la droite d'equation $y = m$

$f(x) = m \Rightarrow \begin{cases} y = m \\ y = f(x) \end{cases}$

m	nombre de sol.
$m < -1$	1
$m = -1$	2
$-1 < m < 3$	3
$m = 3$	2
$m > 3$	1