El.maarif

Nom : Salma m/ Isselmou Kerbally
Classe : 7C1 ; Année : 2017

• Exemples et Methodes de levé de l'indetermination

Exercice 1

Calculer $\lim f(x)$.

1) $f(x) = 3x^3 + 5x^2 + x - 1$; $x \to \pm\infty$
2) $f(x) = \dfrac{2x^2+3}{5x^2-1}$; $x \to \pm\infty$
3) $f(x) = x^2 - \sqrt{x+1}$; $x \to +\infty$
4) $f(x) = 3x - \sqrt{x^2+1}$; $x \to \pm\infty$.
5) $f(x) = \sqrt{x^2+3} - x$; $x \to \pm\infty$

Solution

Remarque :

Dans chacun des cas suivants, on verifie qu'il y a une forme indeterminée puis on utilise les méthodes convenables pour lever cette indetermination.

1) $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + x - 1$

limite du terme dominant car est un polynome.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (3x^3) = +\infty$

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (3x^3) = -\infty$.

2) $f(x) = \dfrac{2x^2+3}{5x^2-1}$

Rapport simplifié des termes dominants car f est rationnelle.

• $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x^2}{5x^2} = \dfrac{2}{5}$

3) $f(x) = x^2 - \sqrt{x+1}$

On factorise par le terme prépondérant

$f(x) = x^2\left(1 - \dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2}\right) = x^2\left(1 - \sqrt{\dfrac{x+1}{x^4}}\right)$

$= x^2\left(1 - \sqrt{\dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{x^4}}\right)$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^2 - \left(1 - \sqrt{\dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{x^4}}\right)\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 - \sqrt{\dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{x^4}}\right) = 1$

Par produit : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

4) $f(x) = 3x - \sqrt{x^2+1}$.

On a : en $(-\infty)$: pas d'intermination

$= \begin{cases} \lim\limits_{-\infty} 3x = -\infty \\ \lim\limits_{-\infty} (-\sqrt{x^2+1}) = -\infty \end{cases}$

Par addition $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

en $(+\infty)$:

On factorise par x

$f(x) = x\left(3 - \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}\right) = x\left(3 - \sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2}}\right)$

$= x\left(3 - \sqrt{1 + \dfrac{1}{x^2}}\right)$

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \left(3 - \sqrt{1 + \dfrac{1}{x^2}}\right) = 2 \end{cases}$

Par produit ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$.