http://maurimath.net/Espaceeleves.php

Exercice

Soient a ,b deux réels tels que $b \neq 0$ et la suite (U_n) définie par :

$$U_0 = b,\ U_n = U_{n-1} + a^n b;\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

1) Calculer U_1 , U_2 , U_3 en fonction de a et b.

2) Démontrer par récurrence que $U_n = (1 + a + a^2 + \cdots + a^n)b;$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Vayze mint Moctar
classe : 7D1
Ecole : ERRAJA

①

EX07 P : 59

$a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}^*$

$u_0 = b$

$u_n = u_{n-1} + a^n b$

• $u_1 = u_0 + a^1 \times b$

$= b + ab$

$u_1 = b(1+a)$

• $u_2 = u_1 + a^2 b$

$= b + ab + a^2 b$

$u_2 = b(1 + a + a^2)$

• $u_3 = u_2 + a^3 b$

$= b(1 + a + a^2) + a^3 b$

$u_3 = b(1 + a + a^2 + a^3)$

2) Demontrer par recurence pour $n = 0$

$u_0 = b$; $a^0 \times b = 1 \times b = b$

2

$u_0 = a^0 \times b$ est vrai

on suppose que

$u_n = (1 + a + a^2 + \dots a^n) b$

on montre que :

$u_{n+1} = (1 + a + a^2 + \dots a^{n+1}) b$

on a :

$u_n = (1 + a + \dots + a^n) b$

$u_n + a^{n+1} b = (1 + a + a^2 + a^n) b + a^{n+1} b$

$u_{n+1} = (1 + a + a^2 + \dots a^n + a^{n+1}) b$

Fin ; Bonne chance.