Nom : Ahmedou/Abdellahi
Classe : 7C
Etablissement : ERRAJA 2

Exercice 13

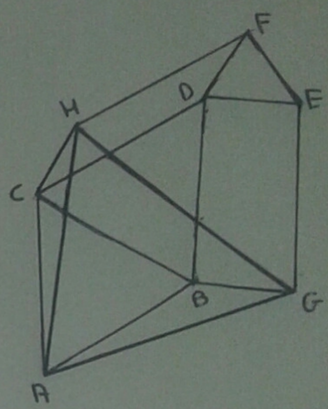
Dans le plan orienté, on considère deux triangles ABC et DEF équilatéraux directs. Les points G et H tels que EDBG et CDFH soient des parallélogrammes. Soient a,b,c,d,e,f,g et h les affixes respectives des points A,B,C,D,E,F,G et H.

1) Exprimer $c-a$ en fonction de $b-a$, puis $f-d$ en fonction de $e-d$.

2) Exprimer g en fonction de b,d et e ; puis h en fonction de c,d et f.

3) Démontrer que le triangle AGH est équilatéral.

Solution :



1) ABC est équilatéral direct :

$\Rightarrow \frac{c-a}{b-a} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow (c-a) = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)$

DEF est équilatéral direct :

$\Rightarrow \frac{f-d}{e-d} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow (f-d) = e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$

2) EDBG est un Parallélogramme :

$\Rightarrow \vec{BG} = \vec{DE} \Rightarrow g-b = e-d \Rightarrow g = b+e-d$

DCHF est un Parallélogramme :

$\Rightarrow h-c = f-d \Rightarrow h = c+f-d$

3) on calcule $\frac{h-a}{g-a}$

$g-a = b-a+e-d$, $h-a = c-a+f-d$

$h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a) + e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$

$h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a+e-d) \Rightarrow h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(g-a)$

$\frac{h-a}{g-a} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow$ AGH est équilatéral direct.