Arithmétique

Mohameden ould sidi
7C
ERRAjA (2)

Exercice 2

Déterminer les reste de la division par 17 du nombre 32^{2015}

Solution

$(32)^{2015} = (2^5)^{2015}$

on determine les reste de division de 2^n par 7

$2^0 \equiv 1 \quad [7]$

$2^1 = 2 \equiv 2 \quad [7]$

$2^2 = 4 \equiv 4 \quad [7]$

$2^3 = 8 \equiv 1 \quad [7]$

Un cycle de 3

$2^3 \equiv 1 \; [7] \Rightarrow (2^3)^k = 1^k \; [7]$

$2^{3k} \equiv 1 \; [7]$

$2^{3k+1} \equiv 2 \; [7]$

$2^{3k+2} \equiv 4 \; [7]$

On a : $\begin{cases} 5 \equiv 2 \; [3] \\ 2015 \equiv 2 \; [3] \end{cases}$

$5 \times 2015 \equiv 2 \times 2 \quad [3]$

Donc : 5×2015 est du type $3k+1$; d'où

$2^{5 \times 2015} = 2^{3k+1} \equiv 2 \quad [7]$

Enfin : $(32)^{2015} \equiv 2 \; [7]$

Les reste de division de $(32)^{2015}$ par 7 est 2