Correction de Bac 2014

Session normal

groupe : - Aminetou / Bouthiah 1247
- Marième / cheikh Jemal 1349
- Aichata / Hamdouba 1613
- El Alem / Eddaha / El Alem 1278

$$\left.\begin{array}{l}\text{Exercice} = 1\\ \text{Exercice} = 2\\ \text{Exercice} = 3\\ \text{Exercice} = 4\end{array}\right\}\ \text{sont corrigés}$$

Bac 2014 SN

Exercice 1

1°) $P(2i) = (2i)^3 + (1-2i)(2i)^2 + (1-2i)(2i) - 2$

$= -8i - 4(1-2i) + 2i(1-2i) - 2i$

$= 8i - 4 + 8i + 2i + 4 - 2i = 0 \Rightarrow$

$P(2i) = 0$

	1	$1-2i$	$1-2i$	$-2i$
$2i$	$\downarrow$	$2i$	$2i$	$2i$
	1	1	1	0

$\forall z \in \mathbb{C} \quad P(z) = (z-2i)(z^2+z+1)$

$P(z) = 0 \Rightarrow (z-2i)(z^2+z+1) = 0$

$\Rightarrow z = 2i$ ou $z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow$

$z = 2i$ ou $z^2 + z + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4 = -3 = 3i^2 = (i\sqrt{3})^2$

$z' = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$z'' = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$S_{\mathbb{C}} = \{2i \,; -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \,; -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\}$

$Im(2i) > Im(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}) > Im(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$

$z_0 = 2i$, $z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

2) a) on a : $B(-\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2})$ et $C(-\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2})$

Soit $M(x,y)$: $M \in (BC) \Rightarrow$

$\det(\vec{BM}, \vec{BC}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x+\frac{1}{2} & 0 \\ y - \frac{\sqrt{3}}{2} & \sqrt{3} \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \left| -\sqrt{3}(x+\frac{1}{2}) \right| = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2x+1$

b) $M \in (BC) \setminus \{B, C\} \Rightarrow$

$z = -\frac{1}{2} + iy \,/\, y \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\}$

or : $z' = \frac{1}{z^2+z+1} = \frac{1}{(z+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$

D'où : $z' = \frac{1}{(-\frac{1}{2} + iy + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{(iy)^2 + \frac{3}{4}}$

Don M' est sur laxe des abscisse

3) a) $f(z) = \frac{1}{z^2+z+1} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}z^2 + \bar{z}z + \bar{z}}$

$= \frac{\bar{z}}{(\bar{z}z)z + \bar{z}z + \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{|z|^2 \times z + |z^2| + \bar{z}}$

Donc si $|z| = 1$ alors $|z|^2 = 1$

d'où $f(z) = \frac{\bar{z}}{z + 1 + \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{1 + z + \bar{z}}$

b) si $z' = e^{i\theta}$ alors $\bar{z} = e^{-i\theta}$ et

$|z| = 1$ donc

$f(z) = \frac{e^{-i\theta}}{1 + e^{i\theta} + e^{-i\theta}} = \frac{\cos\theta - i\sin\theta}{1 + 2\cos\theta}$

4) a) $M \in \mathcal{E}(0,1) \setminus \{B, C\} \Rightarrow z = e^{i\theta}$

et $\cos\theta \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow$

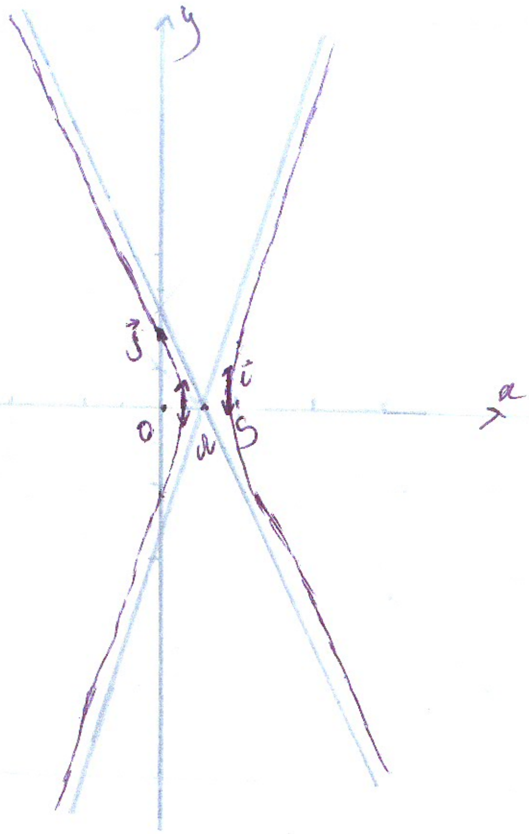
$z' = \frac{\cos\theta - i\sin\theta}{1 + 2\cos\theta} \Rightarrow$

$$\begin{cases} x' = \dfrac{\cos\theta}{1+2\cos\theta} \\ y' = \dfrac{-\sin\theta}{1+2\cos\theta} \end{cases}$$

Exercice 1 (suite)

$$\Rightarrow \begin{cases} x'^2+y'^2 = \dfrac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{(1+2\cos\theta)^2} = \dfrac{1}{(1+2\cos\theta)^2} \\ \text{et} \\ (2x'-1)^2 = \left(\dfrac{2\cos\theta}{1+2\cos\theta}-1\right)^2 = \dfrac{1}{(1+2\cos\theta)^2} \end{cases}$$

D'où $x'^2+y'^2 = (2x'-1)^2$



b) $\Gamma : x^2+y^2 = (2x-1)^2$

$\Rightarrow x^2+y^2 = 4x^2-4x+1$

$\Rightarrow 3x^2-4x-y^2 = -1$

$\Rightarrow 3\left(x^2-\frac{4}{3}x\right)-y^2 = -1$

$\Rightarrow 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}\right)-\frac{4}{3}\right]-y^2 = -1$

$\Rightarrow 3(x-2/3)^2-y^2 = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{(x-2/3)^2}{1/9} - \dfrac{y^2}{1/3} = 1$

4) b) $\Gamma : \dfrac{(x-2/3)^2}{(1/3)^2} - \dfrac{y^2}{(\sqrt{3}/3)^2} = 1$

$\Gamma : \dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{b^2} = 1$ avec $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Donc Γ est une hyperbole de centre $\Omega\left(\frac{2}{3};0\right)$ et de sommets

$S_1\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3};0\right) = (1;0)$ et

$S_2 : \left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3};0\right) = \left(\frac{1}{3};0\right)$ dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$ et d'excentricité

$e = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} = \dfrac{2/3}{1/3} = 2$

Exercice 2

1) a) $f(x) = x e^x$

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x e^x = 0$

$f'(x) = e^x + x e^x = (x+1) e^x$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $x+1$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$f(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$

T.V de f

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

b) * $y = 0$ (A.H à (C) au voisinage $-\infty$)

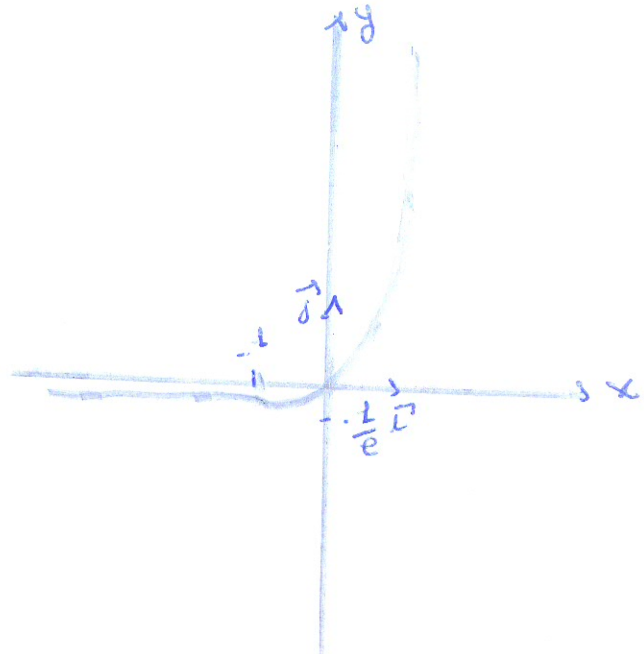
* $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x e^x}{x} =$

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ donc

(C) admet une B.P // $(y'y)$ au voisinage de $+\infty$

* $\mathcal{C} \cap (y'y) : (0,0)$

* $\mathcal{C} \cap (x'x) : (0,0)$



c) $f(x) = x e^x$; $f'(x) = (x+1) e^x$

$f''(x) = (x+2) e^x$

$f''(x) - 2f'(x) + f(x)$

$= (x+2) e^x - 2(x+1) e^x + x e^x$

$= (x + 2 - 2x - 2 + x) e^x = 0$

Donc : f est une solution de l'équat° différentielle $y'' - 2y' + y = 0$

d) L'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équat° $x=0$ et $x=1$ est

$A = \int_0^1 |f(x)|\, dx$

or : $\forall x \in [0,1]$, $f(x) \geq 0$

D'où : $A = \int_0^1 f(x)\, dx$

$= \int_0^1 x e^x\, dx$

on pose =

Suite de Exercice 2

d)

On pose $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$

alors $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$$A = [x e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx$$

$$= [x e^x]_0^1 - [e^x]_0^1$$

$$= [(x-1) e^x]_0^1 \Rightarrow$$

$$\boxed{A = 1 \ u.a}$$

e) a) $I_1 = (-1)^1 \int_0^1 x e^x dx$

or: $\int_0^1 x e^x dx = 1$ D'où

$$\boxed{I_1 = -1}$$

b) $I_n = (-1)^n \int_0^1 x^n e^x dx$

Donc $|I_n| = |(-1)^n| \cdot |\int_0^1 x^n e^x dx|$

$$= 1 \times |\int_0^1 x^n dx|$$

or: $\forall x \in [0,1], x^n e^x \geq 0$

D'où $\int_0^1 x^n e^x dx \geq 0 \Rightarrow |\int_0^1 x^n e^x dx|$

$= \int_0^1 x^n dx$ D'où $|I_n| = \int_0^1 x^n e^x dx$

$0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq e^x \leq e \Rightarrow$

$x^n \leq x^n e^x \leq e . x^n \Rightarrow$

$$\int_0^1 x^n dx \leq \int_0^1 x^n e^x dx \leq e . \int_0^1 x^n dx$$

$$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 \leq |I_n| \leq e . \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1$$

$$\boxed{\forall n \geq 1 \quad \frac{1}{n+1} \leq |I_n| \leq \frac{e}{n+1}}$$

or: $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$ et $\lim_{n \to +\infty} \frac{e}{n+1} = 0$

d'après le T.G $\lim_{x \to +\infty} I_n = 0$

c) $I_{n+1} = (-1)^{n+1} \int_0^1 x^{n+1} e^x dx$

On pose $\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^x \end{cases} \Rightarrow$

alors $\begin{cases} u'(x) = (n+1) x^n \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$$I_{n+1} = (-1)^{n+1} ([x^{n+1} e^x]_0^1 - (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx$$

$$= (-1)^{n+1} (e - 0 - (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx$$

$$= (-1)^{n+1} . e - (-1)^{n+1} (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx$$

$$= (-1)^{n+1} . e - (-1)(-1)^n (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx$$

$$= (-1)^{n+1} e + (n+1)(-1)^n \int_0^1 x^n e^x dx$$

$$I_{n+1} = (-1)^{n+1} e + (n+1) I_n . \ \forall n \geq 1$$

d) $J = \int_0^1 \frac{(x^3 + 4x^2 - 3x - 6) e^x}{x+1} dx$

	1	4	-3	-6
-1	↓	-1	-3	6
	1	3	-6	0

$\Rightarrow J = \int_0^1 \frac{(x^2+3x-6)\cancel{(x+1)} e^x}{\cancel{(x+1)}}$

$$= \int_0^1 (x^2 + 3x - 6) e^x dx =$$

$$\int_0^1 x^2 e^x dx + 3 \int_0^1 x e^x dx - 6 \int_0^1 e^x dx$$

$$= (-1)^2 \int_0^1 x^2 e^x dx - 3 \times (-1) \int_0^1 x e^x dx - 6 [e^x]$$

$= I_2 - 3 I_1 - 6(e-1)$ or: $I_1 = -1$ et

$I_2 = (-1)^2 e + 2 I_1 = e - 2$

D'où $J = (e-2) - 3(-1) - 6(e-1)$

$$= e - 2 + 3 - 6e + 6$$

$$\boxed{J = 7 - 5e}$$

Exercice 3

1) a) On a : $f(0)=0$ et

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(1+\frac{1}{x}) =$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(\frac{x+1}{x}) = \lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln(x+1)-\ln x)$

$= 0-0=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

D'où f est continue à droite en 0

b) $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x\ln(1+\frac{1}{x})-0}{x-0}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x\ln(1+\frac{1}{x})}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \ln(1+\frac{1}{x}) = +\infty$

f n'est pas donc dérivable à droite en 0 et la courbe $\mathcal{C}$ de f admet au pt d'abscisse une demi-tangente vertical.

c) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} \overset{+\infty}{x}\,\overset{0}{\ln(1+\frac{1}{x})} = F.I$

On pose $t=\frac{1}{x}$

Alors $\lim\limits_{x\to +\infty} t = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{1}{x} = 0^+$ et $x=\frac{1}{t}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x\ln(1+\frac{1}{x}) = \lim\limits_{t\to 0^+} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$

$\boxed{\Rightarrow \lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 1}$ Donc

$y=1$: A.H à $\mathcal{C}$ au voisinage de $+\infty$

2) a) $\forall x>0,\ f(x) = x\ln(1+\frac{1}{x})$

$f'(x) = \ln(1+\frac{1}{x}) + x\left(\frac{-1/x^2}{1+1/x}\right)$

$= \ln(1+\frac{1}{x}) + x(-\frac{1}{x^2})(\frac{x}{x+1})$

$= \ln(1+\frac{1}{x}) - \frac{1}{x+1}$

$f''(x) = \frac{-1/x^2}{1+1/x} + \frac{1}{(x+1)^2}$

$= (-\frac{1}{x^2})(\frac{x}{x+1}) + \frac{1}{(x+1)^2}$

$= \frac{-1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{-x-1+x}{x(x+1)^2}$

$\boxed{\Rightarrow f''(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2}}$

$\Rightarrow f''(x) < 0,\ \forall x>0$

Donc f' est $\searrow$ sur $]0,+\infty[$

or : $\lim\limits_{x\to +\infty} f'(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} (\ln(1+\frac{1}{x}) - \frac{1}{x+1})$

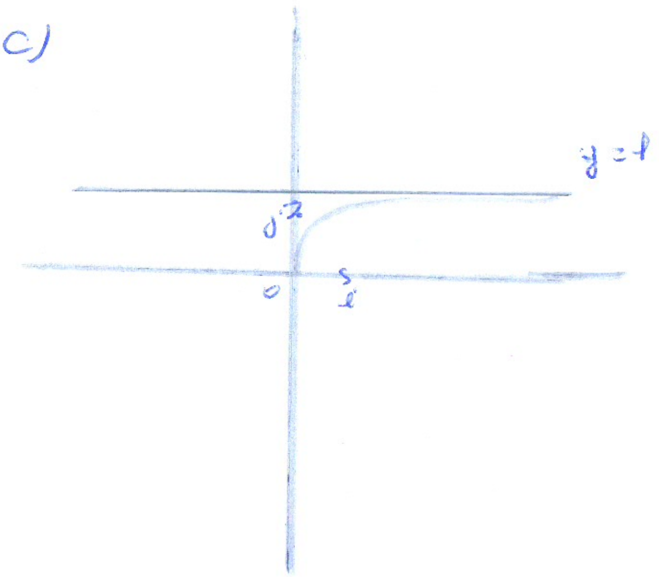
$= 0-0=0$

$\boxed{\text{D'où } \forall x>0,\ f'(x)>0}$

b) T.V de f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$
$f(x)$	0	$\nearrow$ 1

c)



3) a) Pour que A_n existe il suffit que f_n soit continue sur $[0,1]$

sur $]0,1]$, $f_n(x) = x^n\ln(1+\frac{1}{x})$ est le produit des deux le produit des deux fonctions $x \longmapsto x^n$ et $x \to \ln(1+\frac{1}{x})$ continues sur $]0,1]$ d'où f est continue sur $]0,1]$.

Etudions la continuité de f_n à droite en 0

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} x^n \ln(1+\frac{1}{x})$

$= \lim_{x\to 0^+} x^n \ln(\frac{x+1}{x}) = \lim_{x\to 0^+} x^n (\ln(x+1) - \ln x)$

$= \lim_{x\to 0^+} (x^n \ln(x+1) - x^n \ln x) = 0 - 0 = 0$

$= f_n(0)$

D'où f_n est continue à droite en 0

Donc : f_n est continue sur $[0,1]$

et l'integraal $A_n = \int_0^1 f_n(x)\,dx$ existe et cette écriture définit bien une suite numerique (A_n)

b) d'après le T.V de la fonction définie dans la question 1) on a :

$\forall x \geq 0$. $0 \leq f_n(x) < 1$

D'où en multipliant par x^{n-1}

on a : $\forall x \in [0,1]$

$0 \leq x^{n-1} f(x) \leq x^{n-1}$

c) $A_n = \int_0^1 f_n(x)\,dx$

or : $\forall x \in [0,1]$. $f_n(x) = x^{n-1} f(x)$

D'où : $0 \leq \int_0^1 f_n(x)\,dx \leq \int_0^1 x^{n-1}\,dx$

D'où : $0 \leq A_n \leq \left[\frac{x^n}{n}\right]_0^1$

$$\boxed{\text{Donc : } \forall n \geq 1 : 0 \leq A_n \leq \frac{1}{n}}$$

or : $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$

D'où d'après le T.G $\lim_{n\to+\infty} A_n = 0$

4) a/ $I_n(\alpha) = \int_\alpha^1 x^n \ln x\,dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = \ln x \\ v'(x) = x^n \end{cases}$

Alors $\begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \end{cases}$

$I_n(\alpha) = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \ln x\right]_\alpha^1 - \frac{1}{n+1} \int_\alpha^1 x^n\,dx$

$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \ln x\right] - \frac{1}{n+1} \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_\alpha^1$

$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \ln x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\right]_\alpha^1$

$= 0 - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1} \ln \alpha + \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}$

$$\boxed{I_n(\alpha) = \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1} \ln \alpha - \frac{1}{(n+1)}}$$

b/ $\lim_{\alpha\to 0^+} I_n(\alpha) = \lim_{\alpha\to 0^+} \left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{1^{n+1}}{n+1} \ln \ldots - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$

$= \lim_{\alpha\to 0^+} \left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^n}{n+1}(\ln \alpha) - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$

$$\boxed{\lim_{n\to 0^+} I_n(\alpha) = \frac{-1}{(n+1)^2}}$$

Suit Exo 3

c) $J_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} \ln(x+1)\, dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = \ln(x+1) \end{cases}$

Alors $\begin{cases} u'(x) = (n+1)\, x^n \\ v(x) = \ln(x+1) - x \end{cases}$

on obtient $v(x)$ en utilisant une I.P.P

$J_{n+1} = \left[x^{n+1}((x+1)\ln(x+1) - x)\right]_0^1 -$

$(n+1)\int_0^1 x^n (x+1)\ln(x+1) - x\,)\,dx$

$= 2\ln 2 - 1 - 0 - (n+1)\int_0^1 (x^{n+1} + x^n)\ln(x+1)\,dx$

$+ (n+1)\int_0^1 x^{n+1}\,dx$

$= 2\ln 2 - (n+1)\int_0^1 (x^{n+1}\ln(x+1) + x^n \ln(x+1)$

$+ (n+1)\left[\frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 - 1$

$= 2\ln 2 - (n+1)\left(\int_0^1 x^{n+1}\ln x\, dx + \right.$

$\int_0^1 x^n\, dx + (n+1)\left(\frac{1}{n+2} - 0\right) - 1$

$= 2\ln 2 - (n+1)(J_{n+1} + J_n) + \frac{n+1}{n+2}$

Donc :

$J_{n+1} = 2\ln 2 - (n+1) J_{n+1} - (n+1) J_n - \frac{1}{n+2}$

$J_{n+1} + (n+1) J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1) J_n$

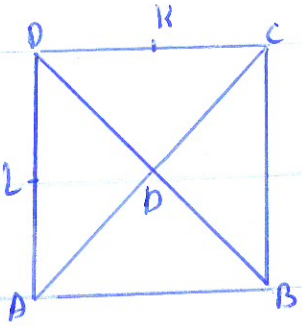
$(n+2) J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1) J$

$$\boxed{J_{n+1} = \frac{2\ln 2}{n+2} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{n+1}{n+2} J_n}$$

Bac 2014 SN Exercice 4

Solutions

Partie A



Comme $BL^2 = BA^2 + AL^2 = a^2 + (\frac{a}{2})^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

et $AK^2 = AD^2 + DK^2 = a^2 + (\frac{a}{2})^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

Donc $BL = AK \neq 0$

D'autre part $(\vec{AK}, \vec{BL}) \neq 0 \ [2\pi]$ Donc il existe une unique rotation r qui transforme A en B et K en L

Et comme med $[AB] = (OK)$ et med $[KL] = (BD)$ et $(OK) \cap (BD) = \{O\}$

le centre r est donc le point O un angle de r est $(\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$

3.a) Comme $D \neq B$ et $L \neq O$ il existe donc une unique similitude directe f_1 qui transforme D en L et B en O le rapport de f_1 est : $\frac{OL}{BD} = \frac{a/2}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ Et un angle de f_1 est :

$(\vec{BD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4} \ [2\pi]$

Bac 2014 SN Exercice Suite

b) Comme $f_1(P) = P$ et $f_1(B) = D$

on a donc $(\vec{PB}, \vec{PO}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$, or $(\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

D'ou $(\vec{PB}, \vec{PO}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4} \neq 0\ [\pi]$

Donc le point P rappartient au cercle circonscrit au triangle OAB c'est-a-dire que P appartient au cercle de diamètre $[AB]$

De même comme $f_1(P) = P$ et $f_1(O) = L$, on a : $(\vec{PO}, \vec{PL}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$ or $(\vec{OD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$ D'ou $(\vec{PD}; \vec{PL}) = (\vec{OD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4} \neq 0\ [\pi]$

Donc le point P appartient au cercle circonscrit au triangle ODL c'est-a-dire que P appartient au cercle de diamètre $[OD]$

on constate que le point O est commun aux cercles de diamètres $[AB]$ et $[OD]$ mais qu'il n'est pas le centre de f_1 car $(f_1^{-1}(O) = B \neq O)$ le point P est donc le second point commun à ces deux cercles (autre que O)

3. a) Montrons que P est le point d'intersection de (BL) et (AK)

$(\vec{PB}, \vec{PL}) = (\vec{PB}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PL}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) + (\vec{DO}, \vec{DL})\ [\pi]$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$ Donc $\boxed{P \in (BL)}$

De même

$(\vec{PA}, \vec{PK}) = (\vec{PA}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PK})$

$= (\vec{BA}, \vec{BO}) + (\vec{DO}, \vec{DK})\ [\pi]$

$= \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$

Donc $\boxed{P \in (AK)}$

P donc l'intersections de (B) et (AK)

4) Comme $f_2(B) = D$ et $f_2(O) = L$

un angle de f_2 est

$(\vec{BO}, \vec{DL}) = (\vec{BD}, \vec{DB}) + (\vec{DB}, \vec{DL})$

$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$

Et le rapport de f_2 est

$\frac{DL}{BO}$ $\frac{a/2}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{DL}{BO} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $f_2 \circ f_1$ et $f_1 \circ f_2$ sont deux similitudes et de meme angle et transforment le point un même point L car $f_2 \circ f_1(B)$

$= f_2(f_1(B)) = f_2(O) = L$ et

$f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D) = L$

Donc $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$

le centre de f_2 est donc celui de f_1 c'est a-dire le point P

5.a) $h = f_1 \circ f_2$ est la composée de deux similitude directes dont le produit des rapport est $\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4}\ (\neq 1)$ est

dont la somme des angle est $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi\ [2\pi]$

et ayant même centre P d'où h est une homothétie de centre et de rapport $-\frac{1}{4}$

or $h(P) = f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D)$ D'où $\vec{PL} = -\frac{1}{4}\vec{PB}$

Donc ~~$4\vec{PL} + \frac{\vec{PB}}{4}$~~

$4\vec{PL} + \vec{PB} = \vec{0}$

Donc $\boxed{P = \text{bar} \begin{array}{c|c} B & L \\ \hline 1 & 4 \end{array}}$

b) $P = \text{bar} \begin{array}{c|c} B & L \\ \hline 1 & 4 \end{array}$

$\Rightarrow P = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} B & D & A \\ \hline 1 & 2 & 2 \end{array}$

or $S = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ \hline 1 & 1 & -1 \end{array}$

Suite de exercice 11

D'où : $S = \text{bar} \begin{array}{c|c|c|c|c} A & C & D & D & A \\ \hline 1 & 1 & -1 & 2 & 2 \end{array}$

$\Rightarrow p = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ \hline 3 & 1 & 1 \end{array}$

$\Rightarrow p = \text{bar} \boxed{\begin{array}{c|c} A & K \\ \hline 3 & 2 \end{array}}$

partie B

1) $r = S_1 \circ S_2$ est composée de deux reflexions de plans perpendiculaire dont la droite d'intersection est (AD)

D'où r est demi-tour d'axe (AD).

2) $t = S_3 \circ S_4$ est composée de deux reflexions de plans parallèles.

D'où t est une translation

le vecteur de t est $2\vec{DA}$

3) $f = r \circ t$ est composée d'une translation et d'une rotation telle que le vecteur de la translation est un vecteur directeur de l'axe de la rotation

D'où : f est le visage d'axe (DA), d'angle π et de vecteur $2\vec{DA}$