ARAJA

GHAZWani ol Mouhamed yhdih N°1126 classe: 7C

BAC 2014 SN

Ex 1 :

1) $P(2i) = z^3+(1-2i)z^2+(1-2i)z-2i$

$P(2i) = 2i^3 + (1-2i)2i^2 + (1-2i)2i - 2i$

$= -8i + (1-2i)(-4) + (1-2i)2i - 2i$

$= -8i - 4 + 8i + 2i + 4 - 2i$

$\Rightarrow \boxed{P(z)=0} \Leftrightarrow \boxed{P(2i)=0}$

b) : Tableau d'Horne

	1	$1-2i$	$1-2i$	$-2i$
$2i$	X	$2i$	$2i$	$2i$
	1	1	1	0

d'où $P(2i)=0$ et pour tout z de $\mathbb{C}$:

$P(z) = (z-2i)(z^2+z+1)$

$P(z) = 0 \Leftrightarrow (z-2i)(z^2+z+1)=0$

$\Leftrightarrow z = 2i$ ou $z^2+z+1=0$

$\Delta = 1-4 = -3 = 3i^2 = (i\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow \delta = (i\sqrt{3})$

on a : que les solutions sont :

$z' = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \boxed{z' = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$z'' = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \boxed{z'' = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}}$

Conclusion : L'ensemble de solutions de l'équation $P(z)=0$

$S_{\mathbb{C}} = \left\{2i \,;\, -\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2} \,;\, -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

$Im(2i) \geq Im\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \geq Im\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

alors que : $z_0 = 2i$; $z_1 = -\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

2/a/ La vérification d'une équation cartésienne de la droite (BC) est $2x+1=0$

on a : $B\left(-\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $C\left(-\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

soit $M \in (x;y)$

$M \in (BC) \Leftrightarrow (\vec{BM}, \vec{BC}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+\frac{1}{2} & 0 \\ y-\frac{\sqrt{3}}{2} & -\sqrt{3} \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow -\sqrt{3}\left(x+\frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 0$

N^o 1126

GHAZwani ol Mouhamed yhdih

BAC : 2014 S.N Classe : 1126

Ex 1 : suite

b) $M \in (BC) / \{B.C\}$

lorsque M' est situé sur l'axe abscisses

on a : $z = -\frac{1}{2} + iy$ / $y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

or : $z' = \frac{1}{z^2+z+1} = \frac{1}{(z+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$

d'où : $z' = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}+iy+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{(iy)^2 + \frac{3}{4}}$

$= \frac{1}{-y^2 + \frac{3}{4}} \in \mathbb{R}$

Donc : M' est sur l'axe des abscisses

1 a/ on pourra remarquer que

$z^2 + z + 1 = \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$)

$f(z) = \frac{1}{z^2+z+1} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}z^2 + \bar{z}z + \bar{z}}$

$= \frac{\bar{z}}{(\bar{z}z)z + \bar{z}z + \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{|z|^2 \times z + |z|^2 + \bar{z}}$

Donc : $f(z)$ or si $|z| = 1$ alors $|z|^2 = 1$

d'où : $f(z) = \frac{\bar{z}}{z+1+\bar{z}} = \frac{\bar{z}}{1+z+\bar{z}}$

) Vérifier que si $z = e^{i\theta}$ avec

avec $\theta \in [-\pi ; \pi] / \left\{\frac{-2\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3}\right\}$

alors $f(z) = \frac{\cos\theta - i\sin\theta}{1 + 2\cos}$

d'où : si $z = e^{i\theta}$ alors

$\bar{z} = e^{-i\theta}$ et $|z| = 1$

Donc : $f(z) = \frac{e^{-i\theta}}{1 + e^{i\theta} + e^{-i\theta}}$

$= \frac{\cos\theta - i\sin\theta}{1 + 2\cos\theta}$

4 a/ Demontrer que si M décrit le cercle d'unité privé de A et C ; lorsque M' situé sur la courbe d'équations cartésienne $x^2+y^2 = (2x-1)^2$ dans $(o;\vec{u};\vec{v})$

on a : $M \in \mathcal{C}(o;1) \setminus \{B;C\} \Rightarrow z = e^{i\theta}$ et $\cos\theta = \pm\frac{1}{2}$

$\Rightarrow z' = \frac{\cos\theta - i\sin\theta}{1+2\cos\theta}$

$\begin{cases} x' = \frac{\cos\theta}{1+2\cos\theta} \\ y' = \frac{-\sin\theta}{1+2\cos\theta} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x'^2 + y'^2 = \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{(1+2\cos\theta)^2} = \frac{1}{(1+2\cos\theta)^2} \\ \text{et} \\ (2x'-1)^2 = \left(\frac{2\cos\theta}{1+2\cos\theta} - 1\right)^2 = \frac{1}{(1+2\cos\theta)^2} \end{cases}$

N° 1126

GHAZwani ol Mouhamedyhdih

classe : 7c

BAC : 2014 S.N

EX 1 (la suite)

b) $\Gamma : x^2 + y'^2 = (2x-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2 = 4x^2-4x+1$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x - y^2 = -1$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - \frac{4}{3}x) - y^2 = -1 \Leftrightarrow 3[(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}) - \frac{4}{9} - y^2 = -1$

$\Rightarrow 3(x-\frac{2}{3})^2 - y^2 = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{(x-2/3)^2}{1/9} - \frac{y^2}{1/3} = 1}$

4) b)

$\Gamma : \frac{(x-2/3)^2}{(1/3)^2} - \frac{y^2}{(\frac{\sqrt{3}}{3})^2} = 1 \Rightarrow \Gamma : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ avec $a = \frac{1}{3}$

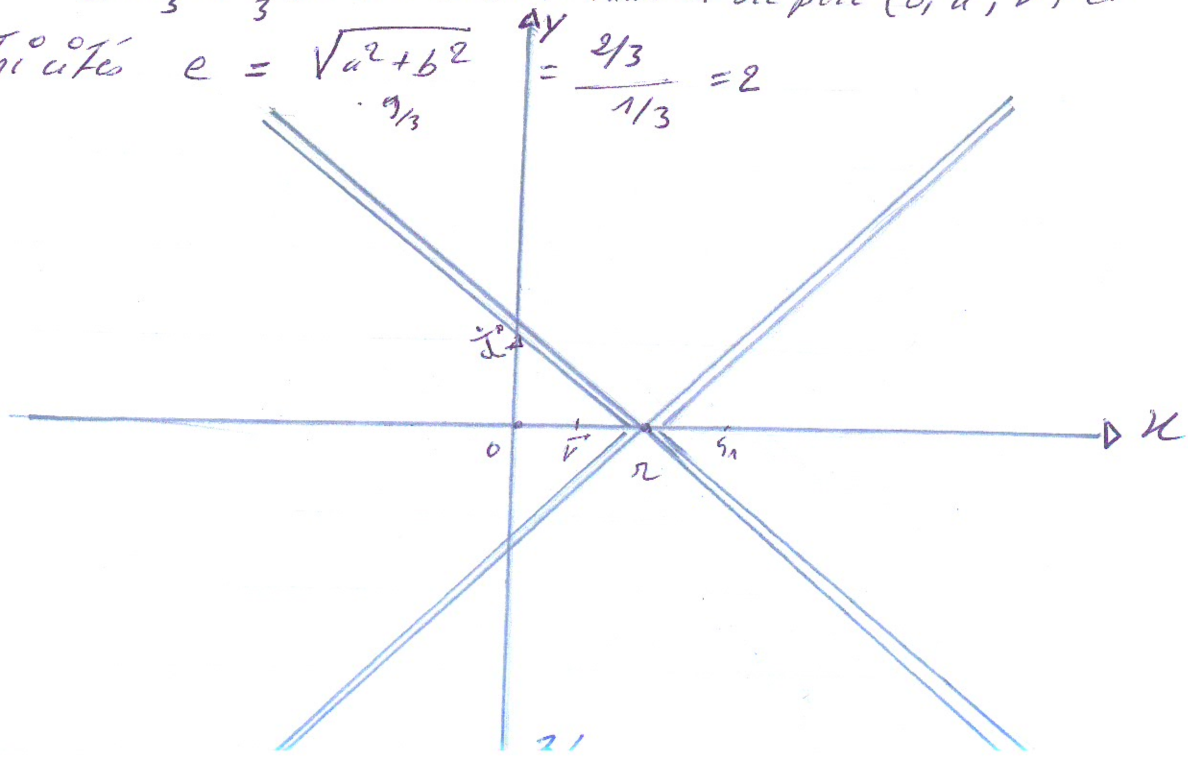
et $b = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Donc : Γ est une hyperbole de centre $\Omega(\frac{2}{3};0)$ et de sommets

$\Omega : (\frac{2}{3};0)$ et de sommets : $S_1 : (\frac{2}{3} - \frac{1}{3};0) = (\frac{1}{3};0)$ dans la

$S_2 : (\frac{2}{3}+\frac{1}{3};0) = (1;0)$ dans la repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ et

l'excentricités $e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\cdot 9/3} = \frac{2/3}{1/3} = 2$



N° 26

GHAZwani A Mouhamed yhdih

BAC : 2014 SN   Classe : 7C

Ex 2 :

soit f est definie sur $\mathbb{R} :]-\infty ; +\infty[$

par $f(x) = xe^{x}$

1) a) comme f est continue et

derivable sur $\mathbb{R}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} xe^{x} = 0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} xe^{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

on utilise la derivée de cet fonction

$f(x) = xe^{x} \Rightarrow$

$f'(x) = e^{x} + xe^{x} = (x+1)e^{x}$

$\Rightarrow f(x) \geq 0$

donc le signe de $f'(x)$ est celui de

$x+1 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0$

$\Rightarrow x = -1$

$f(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e} \Rightarrow f(-1) = -\frac{1}{e}$

Tableau de variation

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

b) * interpretation

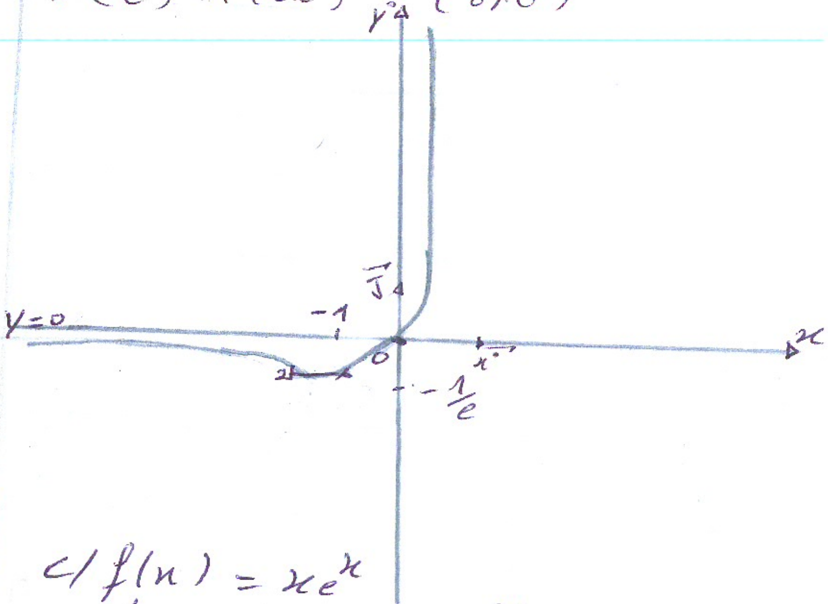
* $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{xe^{x}}{x} = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

* donc : $(\mathscr{C})$ admet une B.P. de direction (oy) au voisinage de $(+\infty$

* $(\mathscr{C}) \cap (oy) : (0;0)$

* $(\mathscr{C}) \cap (ox) : (0;0)$



c) $f(x) = xe^{x}$

$f'(x) = (x+1)e^{x}$

$f''(x) = (x+1)e^{x}$

$f''(x) - 2f'(x) + f(x)$

$= (x+2)e^{x} - 2(x+1)e^{x} + xe^{x}$

$= (x+2)$

$= (x+2-2x-2+x)e^{x} = 0$

Donc :

f est une solutions de

l'équation differentielle

$y'' - 2y' + y = 0$

N° 1126

GHAZwani ol Mouhamed yhdih

BAC : 2014 SN classe : 7c

Ex2 : (suite)

on calculer l'aire du domaine plan de la courbe (c) par l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=1$

on a : $A=\int_0^1 |f(x)|\,dx$

or : $\forall x \in [0;1]$; $f(x) \geq 0$

D'où : $A=\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 xe^x dx$

on pose : $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$

alors : $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$A = [xe^x]_0^1 - \int_0^1 xe^x dx$

$A = [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1$

$= [(x-1)e^x]_0^1$

$A = 1$

2)a) on a : la suite numerique (I_n) definie par

$I_n = (-1)^n \int_0^1 x^n e^x dx$

on : Montre que : $I_1 = -1$

alors : $I_1 = (-1)^1 \int_0^1 xe^x dx$

or : $\int_0^1 xe^x dx = 1$

Donc : $I_1 = -1$

b) Montrer que $\forall n \geq 1$;

$\frac{1}{n+1} \leq |I_n| \leq \frac{e}{n+1}$. En deduire $\lim_{n\to+\infty} I_n = ?$

on a : $I_n = (-1)^n \int_0^1 x^n e^x dx$

d'où : $|I_n| = |(-1)^n| \cdot |\int_0^1 x^n e^x dx|$

$= 1 \times |\int_0^1 x^n e^x dx|$

or : $\forall x \in [0;1]$. $x^n e^x \geq 0$

D'où : $\int_0^1 x^n e^x dx \geq 0$

Donc : $|\int_0^1 x^n e^x dx$

$0 \leq x \leq 1 \iff$

$1 \leq e^x \leq e$

$\Rightarrow x^n \leq x^n e^x \leq e . x^n$

$\Rightarrow \int_0^1 x^n dx \leq \int_0^1 x^n e^x \leq e \int_0^1 x^n e^x dx$

$\Rightarrow \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 \leq |I_n| \leq e\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1$

$\forall n \geq 1$: $\frac{1}{n+1} \leq |I_n| \leq \frac{e}{n+1}$

or : $\lim_{n\to+\infty} I_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = 0$

et $\lim_{n\to+\infty} \frac{e}{n+1} = 0$

D'où : d'après T.G : $\lim_{n\to+\infty} |I_n| = 0$

Donc : $\lim I_n = ...$

GHAZwani ol Mouhamed yhdih

BAC 2014 S.N classe : 7c

Exe : (suite)

c) Montrer, à l'aide d'une I.P.P

$I_{n+1} = (-1)^{n+1} e + (n+1) I_n$.

on a : $I_{n+1} = (-1)^{n+1} \cdot \int_0^1 x^{n+1} e^x dx$

on pose : $\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^x \end{cases}$ alors : $\begin{cases} u'(x) = (n+1) x^n \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$I_{n+1} = (-1)^{n+1} \left([x^{n+1} e^x]_0^1 - (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx \right.$

$= (-1)^{n+1} \cdot e - 0 - (n+1)^{n+1} \int_0^1 x^n e^x dx \Rightarrow = (-1)^{n+1} \cdot e - (-1)^{n+1} (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx$

$= (-1)^{n+1} e - (-1)(-1)^n (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx \Rightarrow = (-1)^{n+1} e + (n+1)(-1)^n \int_0^1 x^n e^x dx$

$I_{n+1} = (-1)^{n+1} e + (n+1) I_n . \forall n \geq 1$

3) d/ $J = \int_0^1 \frac{(x^3 + 4x^2 - 3x - 6) e^x}{x+1} dx$

	1	4	-3	-6
L		-1	-3	6
	1	3	-6	0

donc : on a : $J = \int_0^1 \frac{(x^2 + 3x - 6)(x+1) e^x}{(x+1)} dx$

$= \int_0^1 (x^2 + 3x - 6) e^x dx$

$= \int_0^1 x^2 e^x dx + 3 \int_0^1 x e^x dx - 6 \int_0^1 e^x dx$

$= (-1)^2 \int_0^1 x^2 e^x dx - 3 \times (-1) \int_0^1 x e^x dx - 6 [e^x]_0^1$

$= I_2 = \Rightarrow I_2 - 3 I_2 - 6(e-1)$

or : $I_1 = -1$ et

$I_2 = (-1)^2 e + 2 I_1 = e - 2$

D'où : $J = (e-2) - 3 \times (-1) - 6(e-1)$

$= e - 2 + 3 - 6e + 6$

$J = 7 - 5e$

Donc : La valeur de J

sous la forme $a = -5$; $b = 7$

6/10

GHAZWANI / Mohamed YeHDih

BAC 2014 SN

Ex 3

1) a/ on a : La fonction numérique f définie sur $[0;+\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right), x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

'Montrer f est continue en zero 0^+

$f(x) = x\ln(x+1) - x\ln x$

$\lim_{x\to 0^+} x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to 0^+} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

$= \lim_{x\to 0^+} x\left(\ln(x+1) - \ln x\right)$

$\lim_{x\to 0^+} \left(x\ln(x+1) - x\ln x\right) = 0 - 0 = 0$

Donc : $\boxed{\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)}$

où f est continue à droite en 0^+

'La dérivabilité'

on a : $\lim_{x\to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - 0}{x-0} = +\infty$

où : $\boxed{\lim_{x\to 0^+} \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) = +\infty}$

donc f n'est pas dérivable en zero

car la courbe $(\mathcal{C})$ admet un pts abscisse une demie Tangent Vertical

' $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \underset{+\infty}{x} \underset{0}{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$

$= (+\infty)\times 0 = F.I$

on pose : $t = \frac{1}{x}$ Alors

$\lim_{x\to+\infty} t = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0^+$ et

$x = \frac{1}{t}$

$\lim_{x\to+\infty} x\ln(x+1) = \lim_{t\to 0^+} t\ln(1+t)$

$\boxed{\lim_{t\to 0^+} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

Donc : $\boxed{y = 1 \text{ : A.H. à } (\mathcal{C}) \text{ au voisinage de } (+\infty)}$

2) a/ $\forall x>0$, $f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

: $f'(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) + x\left(\frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}\right)$

$= \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) + x\left(-\frac{1}{x^2}\right)\left(\frac{x}{x+1}\right)$

$= \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$

$f'' = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}} + \frac{1}{(x+1)^2} = \left(\frac{-1}{x^2}\right)\left(\frac{x}{x+1}\right) + \frac{1}{(x+1)^2}$

$= \frac{-1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{-x-1+x}{x(x+1)^2}$

Donc : $\boxed{f''(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2}}$

$f''(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2} < 0, \forall x>0$

Donc : f' est $\downarrow$ sur $]0;+\infty[$

or : $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}\right)$

$= 0 - 0 = 0$

D'où : $\{\forall x, \ f'(x) > 0$

GHAZWANI / Mohamed YeHdih

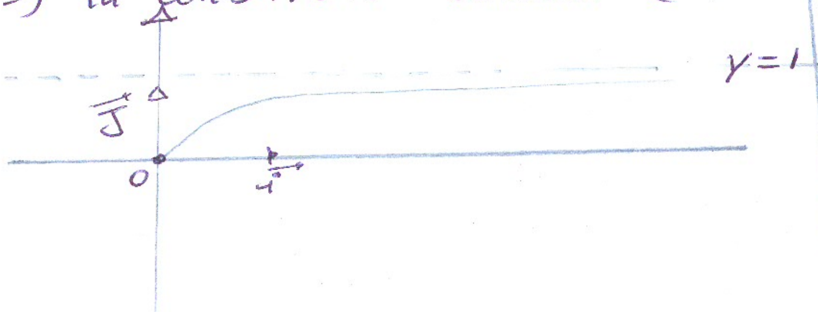
BAC 2014 SN

EX 3 : (suite)

c) T.V

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1

d) La construction de la courbe $(\mathcal{C})$



1a) pour que A_n existe il suffit le montrer que $f_n(x)$ soit continue sur $[0;1]$.

sur $[0;1]$, $f_n(x)=x^n\ln(1+\frac{1}{x})$ continues dans le produit des deux fonctions $x \longmapsto x^n$ et $\ln(1+\frac{1}{x})$ continue sur $]0;1]$ d'où f_n est continue sur $]0;1]$

Etudions la continuité de f_n à la droite en 0.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f_n(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} x^n\ln(1+\frac{1}{x})$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} x^n \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to 0^+} x^n(\ln(x+1)-\ln x)$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} (x^n\ln(x+1) - x^n\ln x) = 0$

alors que $f_n(0)=0$

D'où f_n est continue à droite en 0^+

Donc : f_n est " , " sur $[0;1]$

et car il existe $A_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$ existe et cette écriture définie bien une suite numérique

b) D'après le T.V de la f il est définie dans la Question :

$\forall x\geq 0 \; ; \; 0\leq f(x)\leq 1$

D'où : en multipliant par x^{n-1} on a : $\forall x\in[0;1]$

$0\leq x^{n-1}f(x)\leq x^{n-1}$

Donc : $\boxed{0\leq x^{n-1}f(x)\leq x^{n-1}}$

2) $A_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$

or : $\forall x\in[0;1]$, $f_n(x) = x^{n-1}f(x)$

D'où : $\forall x\in[0;1]$, $0\leq f_n(x)\leq x^{n-1}$

Donc : $0\leq\int_0^1 f_n(x)\,dx\leq\int_0^1 x^{n-1}\,dx$

D'où $0\leq A_n\leq \left[\frac{x^n}{n}\right]_0^1$

Donc : $\boxed{\forall n\geq 1 \; ; \; 0\leq A_n\leq \frac{1}{n}}$

Or : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$

D'où : d'après le T.G $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n=0$

GHAZWANI / Mohamed Yehdih

Ex 3 (suite)

4) a) $I_n(\alpha) = \int_\alpha^1 x^n \ln x \, dx$

on pose : $\begin{cases} u(x) = \ln x \\ v'(x) = x^n \end{cases}$

alors : $\begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \end{cases}$

on a : $I_n(\alpha) = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \ln x\right]_\alpha^1 - \frac{1}{n+1}\int_\alpha^1 x^n dx$

$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \ln x\right]_\alpha^1 - \frac{1}{n+1}\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_\alpha^1$

$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \ln x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\right]_\alpha^1$

$= 0 \frac{}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1} \ln \alpha + \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}$

$$\boxed{I_n(\alpha) = \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1} \ln \alpha - \frac{1}{(n+1)^2}}$$

b) $\lim_{\alpha \to 0^+} I_n(\alpha) = \lim_{n \to 0^+}\left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln\alpha - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$

$= \lim_{\alpha \to 0^+}\left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^n}{n+1}(\alpha \ln \alpha) - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$

$= 0 - 0 \times 0 - \frac{1}{(n+1)^2} \Rightarrow \boxed{\lim_{\alpha \to 0^+} I_n(\alpha) = \frac{-1}{(n+1)^2}}$

) $J_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} \ln(n+1)\, dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = \ln(n+1) \\ v'(x) = (n+1)x^n \end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x) = (n+1)x \\ v(x) = (n+1)\ln \end{cases}$ $(n+1) -$

alors : $\begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = (n+1)\ln(n+1) - x \end{cases}$

on obtient : $v(x)$ en utilisant une intégration par partie :

$J_{n+1} = \left[x^{n+1}((n+1)\ln(n+1) - x\right]_0^1$

$-(n+1)\int_0^1 x^n (n+1) \ln(n+1) - x)\,dx$

$= 2\ln 2 - 1 - 0 - (n+1)\int_0^1 (x^{n+1} + x^n)\ln(n+1)\,dx$

$+ (n+1)\int_0^1 x^{n+1}\,dx$

$= 2\ln 2 - (n+1)\int_0^1 (x^{n+1}\ln(n+1) +$

$x^n \ln(n+1) + (n+1)\left[\frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 - 1$

$= 2\ln 2 - (n+1)\left(\int_0^1 x^{n+1} \ln x\,dx\right.$

$+ \int_0^1 x^n \ln(n+1) \times (n+1)\left(\frac{1}{n+2} - 0\right) - 1$

$= 2\ln 2 - (n+1)(J_{n+1} + J_n) +$

$\frac{n+1}{n+2} - 1$

$I_{n+1} = 2\ln 2 - (n+1)J_{n+1} - (n+1)J_n$

$- \frac{1}{n+2}$

$\Rightarrow J_{n+1} + (n+1)J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2}$

$- (n+1)J_n$

$\Rightarrow (n+2)J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1)J_n$

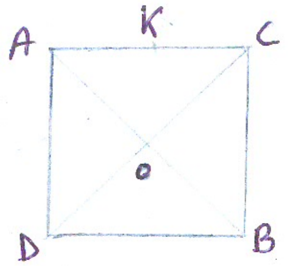
9/10 donc : $J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{n+1}{}\, I_n$

GHAZWANI / Mohamed YehDiH

Bac 2014 SN

EX 4

1) construction : partie A



/ Comme $BL^2 = BA^2 + AL^2$

$= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

et $AK^2 = AD^2 + DK^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

Donc : $BL = AK \neq 0$

D'autre part : il existe une unique rotation r qui transforme A en B et K en L

et comme méd [AB] = (OK) et méd [KL] = (BD)

et (OK) ∩ (BD) = {O}

le centre de r est donc le pts O.

un angle de r est $(\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$

3) a/ Comme $D \neq B$ et $L \neq O$

il existe donc une unique similitude directe f_1 qui transforme D en L et B en O

Le rapport de f_1 est

$\frac{OL}{BD} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Et un angle de f_1 est :

$(\vec{BD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$

b) Comme $f_1(P) = P$ et $f_1(B) = O$

on a : donc : $(\vec{PB}, \vec{PO}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$

or : $(\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$

D'où : $(\vec{PB}, \vec{PO}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4} \neq 0 [$

Donc le point P appartient au cercle circonscrit au triangle OAB c'est a dire que P appartient au cercle de diamètre [AB].

De même : Comme $f_1(P) = P$

$f_1(D) = L$

on a : $(\vec{PD}, \vec{PL}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$

or : $(\vec{OD}; \vec{OL}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$

D'où : $(\vec{PD}; \vec{PL}) = (\vec{OD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4} \neq 0 [\pi]$

Donc le pts P appartient au cercle circonscrit de triangle ODL c'est-a-dire que P appartient au cercle du diamètre [OD]

GAZWani / Mouhamed yehdih

EX 4 : suite BAc : 2014 SN classe 7c

on constate que le pts o est com
commun aux cercle de diametre
[AB] et [OD] mains qu'il ne
pas de centre de f_1 car $f_1^{-1}(o)$
$= B \neq o$); le pts P est donc
les second pts commun à ces
deux cercles autre que o)
c) b) Montrons que P est le pts
l'intersection de (BL) et (AK)
$(\vec{PB};\vec{PL}) = (\vec{PB},\vec{PO}) + (\vec{PD}\ \vec{PL})$
$= (\vec{AB};\vec{AO}) + (\vec{DO};\vec{DL})\ [\pi]$
$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$ donc $P \in (BL)$
de même $(\vec{PA};\vec{PK}) = (\vec{PA},\vec{PO}) +$
$(\vec{PO},\vec{PK}) = (\vec{BA},\vec{BO}) + (\vec{DO};\vec{DK})\ [\pi]$
$-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$ Donc : $P \in (AK)$
est donc l'intersection de (BL)
(BK)

Comme $f_2(B) = D$ et $f_2(o) = L$ un angle
de f_2 est $(\vec{BO},\vec{DL}) = (\vec{BD},\vec{DB}) + (\vec{DB},\vec{DL})$
$\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$ ET le rapport
de f_2 est : $\frac{DL}{BO} = \frac{a/2}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{\ }}$

b) $f_2 \circ f_1$ et $f_1 \circ f_2$ sont deux similitude
directes de même rapport et
de même angle et transforment
le pts B en un même points
L car $f_2 \circ f_1(B) = f_2(f_1(B)) =$
$f_2(o) = L$ et $f_1 \circ f_2(B) =$
$= f_1(f_2(B)) = f_1(D) = L$)
Donc : $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$

de centre de f_2 est donc celui
de f_1 c'est a dire que le pts
P.

GHAZwanie ol Mouhamed yh fils N°1126 classe 7C

Ex 4 : (suite) BAC 2014 SN

c) a/ $h = f_1 \circ f_2$ est le composé de deux similitudes directes dont le produit des rapport est $\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4}$ ($\neq 1$) et dont la somme des angles est $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi\ [2\pi]$ et ayant e même centre P.

don h est une homothetie de centre et de rapport $-\frac{1}{4}$.

Or : $h(P) = f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D) =$

D'où $\vec{BL} = -\frac{1}{2}\ \vec{PB}$

Donc : $4\vec{PL} + \vec{PB} = \vec{0}$

D'où : $\boxed{P = bar \begin{array}{c|c} B & L \\ \hline 1 & 4 \end{array}}$

b) $P = bar \begin{array}{c|c} B & L \\ \hline 1 & 4 \end{array}$

$\Rightarrow P = bar \begin{array}{c|c|c} B & D & A \\ \hline 1 & 2 & 2 \end{array}$

or : $B = bar \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ \hline 1 & 1 & -1 \end{array}$

D'où : $P = bar \begin{array}{c|c|c|c|c} A & C & D & D & A \\ \hline 1 & 1 & -1 & 2 & 2 \end{array}$

$\Rightarrow$

D'où : $P = bar \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ \hline 3 & 1 & 1 \end{array}$

$\Rightarrow$ $\boxed{P = bar \begin{array}{c|c} A & K \\ \hline 3 & 2 \end{array}}$

Partie B :

1) $r = S_2 \circ S_2$ est composée de deux reflexions de plans perpendiculaire dont la droite d'intersections est (AD).

D'où : r est le demi-Tour d'axe (AD

2) $t = S_3 \circ S_4$ est composée de deux reflexions du plans parallèles

D'où t est une translation

le vecteurs de t est : $2\vec{DA}$

3) $f = K \circ T$ est composée d'une Translation et d'une rotations Telles que le vecteurs de la translations est un vecteur direct l'axe de la rotations

D'où : f est le vissage d'axe (DA), d'angle π et de vecTeur $2\vec{DA}$.