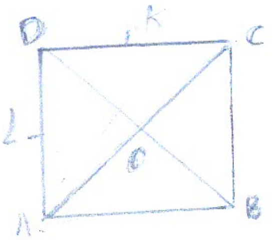
1127 EXERCICE 4 : Bac 2014 SN — MED Abdellahi Ahmed

(10)

1) Le figure :



2) Comme $BL^2 = BA^2 + AL^2$

$= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

et $AK^2 = AD^2 + DK^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

Donc : $BL = AK \neq 0$

D'autre Part :

$(\vec{AK}, \vec{BL}) \neq 0\ [2\pi]$

Donc il exist une unique rotation r qui transforme A en B et K en L.

Et Comme med $[AB] = [OK]$

et med $[KL] = (BD)$

et $(OK) \cap (BD) = \{O\}$

le centre de r est donc le Point O.

⇒ L'angle de r : est

$(\vec{OA}\ ; \vec{OB}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

3) a) MQ : il existe un unique Similitude directe qui $D \xrightarrow{S} L$, $B \longrightarrow O$

(⇒) a) Comme $D \neq B$ et $L \neq O$

il existe une unique similitude directe f_1 qui transforme D en L et B en O

⊛ La rapport de f_1 est :

$\frac{OL}{BD} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Et un angle de f_1 est :

$(\vec{BD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

b) Comme $f_1(P) = P$

et $f_1(B) = O$

on a donc : $(\vec{PB}, \vec{PO}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

or : $(\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

D'où : $(\vec{PB}; \vec{PO}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4}\ (\neq 0\ [\pi])$.

Donc le Point P appartient au cercle circonscrit au triangle OAB

C-t-d ; que E appartient de cercle de diamètre [AB].

suite d'exercice 4 :

De même : Comme $f_1(B) = P$ et $f_1(D) = L$

on a : $(\vec{PD}; \vec{PL}) = \pi/4\ [2\pi]$

or : $(\vec{OD}; \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

Donc : $(\vec{PD}; \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi] \neq 0\ [\pi]$

$= (\vec{OD}; \vec{OL})$

Donc le Point P appartient au Cercle circonscrit au triangle ODL c'est-à-dire que P appartient au cercle de diametre [OD].

On constate que le Point O est commun aux cercles de diametre [AB] et [OD], mais qu'il n'est pas le centre de f_1 car $f_1^{-1}(O) = B \neq O$

le Point est donc le second point commun à ces deux cercles (autre que O).

3) b) « suite »

mq P est le Pts d'intersection de (BL) et (AK).

$(\vec{PB}; \vec{PL}) = (\vec{PB}; \vec{PO}) + (\vec{DO}; \vec{DL})\ [\pi]$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$

Donc $\boxed{P \in (BL)}$

De même :

$(\vec{PA}; \vec{PK}) = (\vec{PA}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PK})$

$= (\vec{BA}; \vec{BO}) + (\vec{DO}; \vec{DK})\ [\pi]$

Donc : $-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$

Donc $\boxed{P \in (AK)}$

P est le Pts d'intersection de (BL) et (AK).

4) Comme $f_2(B) = D$ et $f_2(O) = L$

un angle de f_2 est :

$(\vec{BO}; \vec{DL}) = (\vec{BO}; \vec{DB}) + (\vec{DB}; \vec{DL})$

$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$

Et le rapport de f_2 est :

$\frac{DL}{BO} = \frac{a/2}{a\sqrt{2}/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $f_2 \circ f_1$ et $f_1 \circ f_2$ sont deux similitude direct de même rapport et même angle –

b) $f_2 \circ f_1$ et $f_1 \circ f_2$ sont deux similitudes directes de même rapport et m angle et transforment le point B en un même point L car $f_2 \circ f_1(B) = f_2(f_1(B)) = f_2(D) = L$

et $f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D) = L$

Donc $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$.

Le centre de f_2 est donc celui de f_1 c'est-a-dire le point P.

5) a) $h = f_1 \circ f_2$ est le composée de deux similitudes directes dont le produit de rapport est $\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1/4$ $(\neq 1)$ et dont la somme des angles est $\frac{\pi}{4} + 3\pi/4 = \pi$ $[2\pi]$ ayant même centre P d'où h est une homothetie de centre et de rapport $-1/4$.

or: $h(P) = f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D)$

$= L$ D'où: $\vec{PL} = -1/4 \vec{PB}$

Donc $4\vec{PL} + \vec{PB} = 0$

Donc : $P = bar \frac{B}{1} \Big/ \frac{L}{4}$

b) $P = bar \frac{B}{1} \Big/ \frac{L}{4}$

$P = bar \frac{B}{1} \Big/ \frac{D}{2} \Big/ \frac{A}{2}$

or : $B = bar \frac{A}{1} \Big/ \frac{C}{1} \Big/ \frac{D}{-1}$

D'où : $P = bar \frac{A}{1} \Big/ \frac{C}{1} \Big/ \frac{D}{-1} \Big/ \frac{D}{2} \Big/ \frac{A}{2}$

$\Leftrightarrow P = bar \frac{A}{2} \Big/ \frac{C}{1} \Big/ \frac{D}{1}$

$\Leftrightarrow \boxed{P = bar \frac{A}{3} \Big/ \frac{K}{2}}$

Partie B :

$r = S_1 \circ S_2$ est composée de deux reflexions de plans perpenduculaires dont la droite d'intersection est (AD),

D'où : r est le demi - tour d'axe (AD).

2) $t = S_3 \circ S_4$ est composée de deux reflexions de plans parallèles

D'où t est la translation

Le vecteur de t est $2\vec{DA}$.

3) $f = rot$ est composée d'une translation telles que le vecteur de la translations est un vecteur directeur de l'axe de la rotation ; D'ou : f est visage d'axe (DA), d'angle π et de vecteur $2\overrightarrow{DA}$.

Fin.