ECOOLE PRIVE ERRAJA

NOM : Assiyetou / Med Aberrahman

N° 1119

CORRECTION :

EXERCICE :2

BAC

2016 SN

Nom : Assiyetou / Md Abderrahman

Bac 2016 SN

N = 1119

Exercice 2

$P(z) = z^3 - (4+8i)z^2 + (-14+24i)z + 32 + 4i$

determinons et calculons $P(2i)$

$P(2i) = (2i)^3 - (4+8i)(2i)^2 + (-14+24i)(2i) + 32 + 4i$

$P(2i) = -8i - (4+8i)(-4) + (-14+24i)(2i) + 32 + 4i$

$= -8i + 16 + 32i - 28i - 48 + 32 + 4i$

$= -8i + 32i + 28i - 4i - 4i + 16 + 32$

$= -36i + 36i - 48 + 48$

$= 0$

$\boxed{P(2i) = 0}$

determinons a et b

Tableau de Horner

	1	$-4-8i$	$-14+24i$	$32+4i$
$2i$	X	$2i$	$-8i+12$	$-32-4i$
	1	$-4-6i$	$-2+16i$	0

donc $P(z) = (z-2i)(z^2 - (4+6i)z - 2 +$

L'ensemble de solution de l'equation $P(z) = 0$

$\Rightarrow (z-2i)(z^2 - (4+6i)z - 2 + 16i)$

$z - 2i = 0 \Rightarrow z_1 = 2i$

ou

$(z^2 - (4+6i)z - 2 + 16i) = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$(4+6i)^2 - 4 \times 1(-2 \times 16i)$

$-20 + 48i + 8 - 64i$

$\Delta = -12 + 16i$

or $\delta = x + iy$

$|\Delta| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 & (1) \\ x^2 - y^2 = -12 & (2) \\ 2xy = -16 & (3) \end{cases}$$

on abtient

$2\times 2\times y = -16$

$4y = -16$

$y = -4$

Donc $\delta = 2-4i$

$z_2 = \frac{-b-\delta}{2a} = \frac{4+6i+2i-4}{2}$

$= 3+i$

$z_3 = \frac{-b+\delta}{2a} = \frac{4+6i-2+4i}{2} = \boxed{1+5i}$

d'ou

$S \left\{ z_1 = 2i,\ z_2 = 3+i,\ z_3 = 1+5i \right\}$

or

G bar

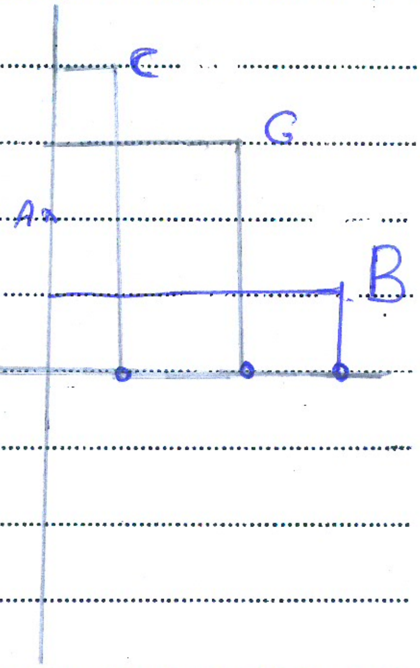
O	A	C
5	-7	4

donc

$z_G = \frac{0\times 5 - 7\times(2\times 1)+4(1+5i)}{5-7+4}$

$= \frac{6+4}{2}$

$\boxed{z_G = 2+3i}$



ECOOLE PRIVE ERRAJA

NOM : Assiyetou / Med Abderrahman

N° 1119

CORRECTION:

EXERCICE :4

BAC

2015 SC

Solution : Bac 2015 SC   Nom: Assi yetou / Med Abderrahman

Exo 4

$f(x) = \frac{x+1}{e^x} \quad (x+1)e^{-x}$

$D_f \ \mathbb{R} \ ]-\infty \ +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \left(\frac{x+1}{e^x}\right)$

$\lim_{x\to-\infty} (x+1)e^{-x} \quad +\infty \times -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{(x+1)}{e^x}$

$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} = 0$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

$f'(x) = e^{-x} + (x+1)(-e^{-x}) = -xe^{-x}$

$f'(x) = 0 \to -xe^{-x} = 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

$e^{-x} \neq 0$ dou le singe de $f(x)$ et celeu de $-x$

or $-x$ au $x = 0$

TV

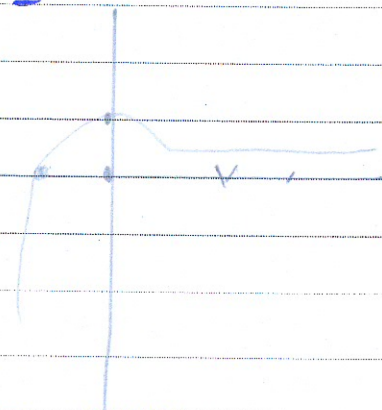
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$
$f(x$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow 0$

$f(0) = (0+1)e^0 = 1$

$f(0) = 1$

car $(0+1)e^0 = 1$

$f(0) = 1$



2 $\forall x \geq 1 \ f_n(x) = \frac{(1+x)^n}{e^x}$
$= (n+1)e^{-x}$

$\forall x \in \mathbb{R} \ F_n(x) \int_1^3 f(t)\,dt$

Montrons que $\forall n \geq 1$ et $\forall x \in \mathbb{R}$

$F_{n+1}(x) = (x+1)F_n(x) - f_{n+1}(x)$

f eusam un I pp

$F(x) + 1(x) = \int_0^x (1+x)^{x+1} e^{-t}\,dt$

on apres

$\begin{cases} u(x) = (1+x)^{x+1} \\ u(x) = e^{-t} \text{ alors} \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x)\ln + (x)^n \\ (1+x)^n \\ v(x) = e^t \end{cases}$

$F_{x+1}(x)$ $\left[-(1+t)\right]^{n+1}$

$-\int_{-1}^{x} + (x+1)\int_{-1}^{x}(1+t)^n e^{-t}dt$

$F_{n+1}(x) - f_{n+1}(x + (n+1)f_n(x)$

3 Soit $I_n = F_n(0) \int_{-1}^{0} f_n(t)dt$

a Verifions que $\forall x \geq 1$

$I_{n+1} = (n+1) I_n - 1$

de le inegalite

$F_{n+1}(0)\ (n+1) F(x)(0)\ f_{n+1}(0)$

$I_{n+1} = (x+1) I_n - 1$

b) montrons que la suit

(I_n) et decrosent et positive

on rappell que

$\forall x \in$

$\forall x \in [0,1]\ 0 \leq x^{n+1} \leq x^n \leq 1$

$-1 \leq t \leq 0$

$0 \leq 1+t \leq 1$

$0 \leq (1+t)^{n+1} \leq (1+t)^n$

$0 \leq \int_{-4}^{0}(1+t)^{n+1}e^{-1}dt \leq \int_{1}^{0}(1+t)dt$

$0 \leq I_{n+1} \leq I_n$

donc (I_n) et decrosomb

et positive

c Montrons que $\forall x \geq 1$

$\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq I_n$

d un part $I_{n+1} \leq I_n$ car (I_n)

$(n+1) I_n - 1 \leq I_n$

$I_n + I_n - I_n \leq \frac{1}{n}$

dautre par $I_{n+1} \geq 0$

$I_{n+1} \geq 0$

$0 \leq n+1\ I_n - 1$

$1 \leq (n+1) I_n - \frac{1}{n+1} \leq I_n$

donc $\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{1}{n}$

on conclue que $= \lim_{x \to +\infty} I_n = 0$

4 $\forall x \geq 1$

$u_n = \frac{I_n}{n}$

Montrons que $u_n = u_n - \frac{1}{(n+1)}$

on rappell que $(n+1)(n+1)n!$

on a

$I_{n+1}\ (n+1)\ I_n - 1$

$\Rightarrow I_{n+1} = (n+1) I_n - 1$

$\frac{I_{n+1}}{(n+1)} = \frac{(n+1)}{(n+1)n!} - \frac{1}{(n+1)}$

$u_{n+1} = u_n - \frac{1}{(n+1)}$

$$\frac{3^{n+1}}{(n+1)!} + \frac{(n+1)}{n+1!}\int_0^1 (3-x)^n e^x dx$$

$I_{n+1} - u_{n+1} + I =$

b) on a $0 \leq x \leq 3$

$-3 \leq -x \leq 0$

$0 \leq (3-x)^n \leq 3$

$0 \leq (3-x)^n \quad 3^n$

$0 \leq (3-x)^n e^x \leq 3^n e^x$

$0 \leq \int_0^1 (3-x)^n e^x dx \quad \int_0^3 3^n e^x dx$

$\Rightarrow 0 \leq I_n \leq u_n [e^x]_0^3 e^x dx$

$0 \leq I_n \leq u_n [e^x]_0^3$

$0 \leq I_n \leq (e^3 - 1) \, u_n$

comm $\lim (e^3 - 1) u_n = (e^x - 1) \times 0$
alors $x \to +\infty$

$\lim_{n \to +\infty} I_n = 0$

c) $I_{n+1} \int \frac{1}{n+1!} \int_0^3 (3-x)^{n+1} e^x dx)$

$u(x) = (3-x) \Rightarrow u'(x)$
$= (n+1)(3-x)^n$

$v(x) = e^x \Rightarrow v(x) = e^x$

$I_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!} \left[(e^x (3-x)^{n+1} \right]_0^3$

$\int_0^3 -(n+1)(3-x)^n e dx$

ÉCOOLE PRIVE ERRAJA

NOM : Assiyetou / Med Abderrahman

N° 1119

CORRECTION :

EXERCICE :3

BAC

2013 SN

Solution : Bac 2013 SM

Exo 3

1) a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} (3e^{x} - xe^{x}) = 0$

la droite $(ox) : y = 0$ est un AH de C_f en $-\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (3-x)e^{x} = (-\infty)(+\infty)$

$= -\infty$

$\lim \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(3-x)e^{x}}{x}$

$\lim \left(\dfrac{3}{x} - 1\right) e^{x} = -\infty$

$\Rightarrow C_f$ admet en $+\infty$

en BP de oy en $-\infty$

TV de f

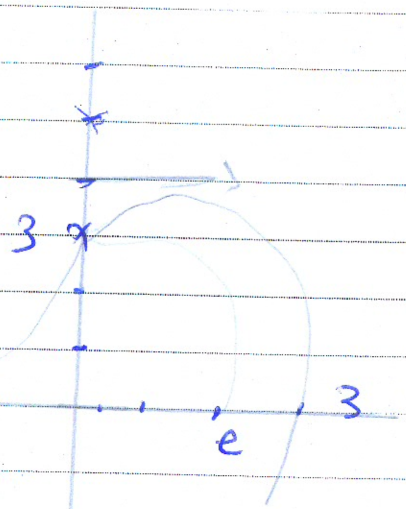
x	$-\infty$		2		$+\infty$
		$+$	0	$-$	
	0	$\nearrow$	e^{2}	$\searrow$	$-\infty$

c) $C_f \cap (ox) : f(x) = 0 \Rightarrow (3-x)e^{x} = 0$

$3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$

$C_f \cap (ox) = \{(3, 0)\}$

$C_f \cap (oy) = \{(0, 3)\}$



d) $f'(x) - f(x) = (2-x)e^{x} - (3-x)e^{x}$

$= (2 - x - 3 + x)e^{x} = -e^{x}$

f est solution de l'equation differentielle $y' - y = -e^{x}$

calcule d'aire A

$A = \int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 f'(x) + e^{x}$

$= \left[f(x) + e^{x}\right]_0^3 = (e^{3} - 4$

2) a $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{\dfrac{3^{n+1}}{(n+1)!}}{\dfrac{3^n}{n!}}$

$= \dfrac{3^n \times 3 \times n!}{(n+1)\,n! \cdot 3^n} = \dfrac{3}{n+1}$

or $n \geq 3 \Rightarrow n+1 \geq 4$

$\Rightarrow \dfrac{1}{n+1} \leq \dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow 0 \leq \dfrac{3}{n+1} \leq \dfrac{3}{4}$

$0 \leq \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{3}{4}$

b) on a $0 \leq \dfrac{u_{k+1}}{u_k} \leq \dfrac{3}{4}$

Pour dans $k \geq 3$

$k = 3$ on a $0 \leq \dfrac{u_4}{u_3} \leq \dfrac{3}{4}$

$k = 4$ $0 \leq \dfrac{u_5}{u_4} \leq \dfrac{3}{4}$

$k = 5$ $0 \leq \dfrac{u_6}{u_5} \leq \dfrac{3}{4}$

$\vdots$

$k = n-2$, $0 \leq \dfrac{u_{n-1}}{u_{n-2}} \leq \dfrac{3}{4}$

$k = n-1$ $0 \leq \dfrac{u_n}{u_{n-1}} \leq \dfrac{3}{4}$

en multipliant les nombres en eux or en simplifiant on aura

$0 \leq \dfrac{u_n}{u_3} \leq \dfrac{3}{4} \times \dfrac{3}{4} \times \dots \times \dfrac{3}{4}$

$(n-4+1)$ fois

$\Rightarrow 0 \leq \dfrac{u_n}{u_3} \leq \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-3}$

$0 \leq u_n \leq u_3 \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-3}$

$0 \leq u_n \leq \dfrac{9}{2} \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-3}$

comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-3} = 0$

car $0 < \dfrac{3}{4} < 1$

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ [TG]

3) $I_n = \dfrac{1}{n!} \displaystyle\int_0^3 (3-x)^n e^x\,dx$

$S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \dfrac{3^k}{k!} = \dfrac{1}{0!} + \dfrac{3}{1!} + \dfrac{3^2}{2!} + \dots$

a) $I_1 = \dfrac{1}{1!} \displaystyle\int_0^3 (3-x) e^x\,dx$

$\displaystyle\int_0^3 f(x)\,dx = A = e^3 - 4$

b) on

Dedusamque

$$u_n = e - \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$$

$$e - \left(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \frac{1}{n!} \right)$$

ama a $u_1 \; \frac{I_1}{1!} \; I_n \int_0^1 (1+t) e^{-t} dt$

$u(t) = 1+t \rightarrow u'(t) = 1$
$v'(t) = e^{-t} \rightarrow v(t) \; e^{-t}$

$$u_1 \left[-(1+t) e^{-t} \right]_{-1}^{0} \int_0^0 dt dt$$

$$u_1 \left[-(1+t) e^{-t} \right]_0^1 + \left[e^{-t} \right]_0^1$$

$u_1 = -1 + 0 = e - 2$

ama

$u_{n+1} = u_n - \frac{1}{x+9}$ alors

$u_2 = u_1 - \frac{1}{2!}$

$u_3 = u_2 - \frac{1}{3!}$

$u_n = u_3 \; \frac{1}{4!}$

$u_n = u_{n+1} \; \frac{1}{n+1}$

$e - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{n+1} \right)$

ECOOLE PRIVE ERRAJA

NOM : ASSiyetou / Med Abderrahman

N° 1119

CORRECTION :

EXERCICE :1

BAC

2012 SN

Bac 2012 SN

Exercice 1

$\forall x \in \mathbb{R}$ $f(x) = e^x \ln(e^x+1)$

1) $\lim\limits_{-\infty} f(x) = 0$ car $\begin{cases} \lim\limits_{-\infty} e^x = 0 \\ \lim\limits_{-\infty} \ln(e^x+1) = 0 \end{cases}$

. $\lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{+\infty} e^x = +\infty \\ \lim\limits_{+\infty} \ln(e^x+1) = +\infty \end{cases}$

$\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{+\infty} \frac{e^x}{x} \ln(e^x+1)$
$= +\infty \times +\infty = +\infty$

Interpretation graphique

$\lim\limits_{-\infty} f(x) = 0$ la droite d'equation $y = 0$ AH a la courbe $\mathcal{C}$ au V $(-\infty)$

. $\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ la courbe $\mathcal{C}$ admet un BP au V $(+\infty)$

2(a)

f est derivable sur $\mathbb{R}$

et $\forall x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = e^x \ln(e^x+1) + \frac{e^x}{e^x+1} e^x$

donc

$\boxed{f'(x) = e^x \ln(e^x+1) + \frac{e^{2x}}{e^x+1}}$

on sait que $\forall x \in \mathbb{R}$
$e^x > 0$

d'ou $e^x + 1 > 1$ alors
$\ln(e^x+1) > 0$

donc $f'(x) > 0$

TV de f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$

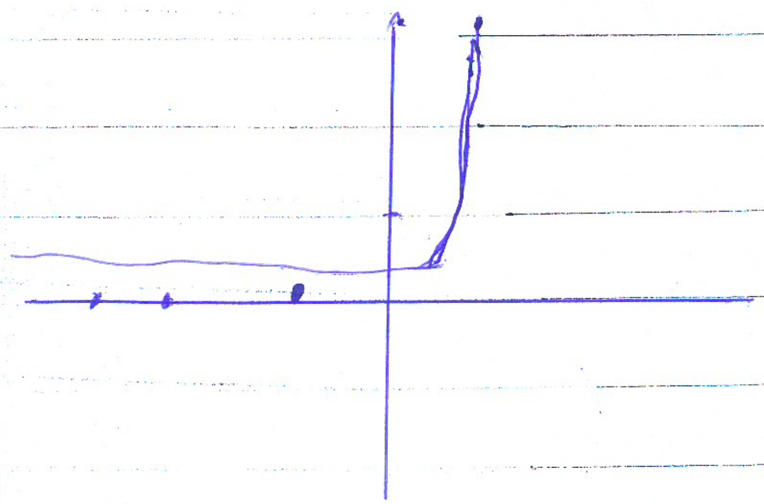
b) f est continue sur $\mathbb{R}$

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

• $f(\mathbb{R}) =]0 +\infty[$

alors f realise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]0 +\infty[$

et par suit $J =]0 +\infty[$



Suit 3

La courbe C coupe (Oy) au point $A(0, \ln 2)$

$\forall x \in \mathbb{R}\ f(x) > 0\ \{ 1 (Ox) = \varphi$

2) $\int_0^1 f(x)\,dx$

Methode on utilise une indentification pour determin des reele a et b, c

$f(x) = f(x)\ a e^x + b + \frac{c e^{-x}}{1+e^{-x}}$

$f(x) + a e^x + b + \frac{c}{1+e^x}$

$f(x) = a e^x + b + \frac{c}{1+e^x}$

$f(x)\ \frac{+ a e^{2x} + (a+b)e^x + b + c}{1+e^x}$

d'autre port

Par identification

$\begin{cases} a = 1 \\ a + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases}$

Dan $f(x) = f(x) + e^x - 1 + \frac{e^x}{1+e^x}$

$I \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x) e^{-x} + 1 - \frac{e^x}{1+e^x}\Big)\,dx$

$= \left[f(x) \cdot e^{-x} + x + \ln(1+e^{-x}) \right]_0^1$

$f(1) - e + 1 - \ln\left(1 + \frac{1}{e}\right)$

$- f(0) + e^0 + 1 - \ln(2)$

Donc

$I = 2\ln(e+1) - (e+1) + \ln\left(\frac{1+e}{e}\right)$

$- \ln 2 + 1 - \ln 2$

En fin

$I\ (e+1)\ln(e+1)\ e - 1 - 2\ln 2$

Methon b

en posant $t = e^x + 1$

$\begin{cases} x = 0 & t = 2 \\ x = 1 & t\ \ e+1 \\ dt & e^x dx - dx = \frac{dt}{d-1} \end{cases}$

donc $I \int^{e+1} (1 - t) \ln t \frac{dt}{t-1}$

$= \int_2^{e+1} \ln(t)\,dt$

on utilise un IPP, on pose $\begin{cases} u(x) = \ln \\ v(x) = 1 \end{cases}$

alors $\begin{cases} u(x) = \frac{1}{t} \\ v(x) = t \end{cases}$

Comme $\int u v' = u v - \int u' v$

$$\left[t \ln t \right]_2^{e+1} - \int_2^{e+1} dt$$

d'où

$I = (e+1)\ln(e+1) - 2\ln 2$

En fin

$I = (e+1)\ln(e+1) - 2\ln 2 - e + 1$