Fatimetou/Mahfodh et Ahmedou / Abdellahi

I°: 1084 N°: 1121

Class: 7C

BAC

2014 SN

Exo 1:

$p(z) = z^3 + (1-2i)z^2 + (1-2i)z - 2i$

$p(2i) = \cancel{-8i} \cancel{-4} + \cancel{8i} + \cancel{2i} + \cancel{4} - \cancel{2i}$

$= 0$

	1	$1-2i$	$1-2i$	$-2i$
$2i$		$2i$	$2i$	$2i$
	1	1	1	0

$p(z) = (z-2i)(z^2 - z + 1)$

$p(z) = 0 \Rightarrow (z-2i) = 0$ ou $(z^2 - z + 1) = 0$

$z = 2i$ ou $\Delta = (1)^2 - 4$

$\Delta = -3 \Rightarrow \Delta = 3i^2$

$\Delta = (i\sqrt{3})^2$

$z_1 = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{i\sqrt{3}}{2}$

$z_2 = \dfrac{-1 - i\sqrt{3}}{2} = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{i\sqrt{3}}{2}$

$S = \{2i ; -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} ; -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\}$ (1)

$\Rightarrow z_0 = 2i$; $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

2- les cordonnée de :

a) $B(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ et $C(-\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2})$

le vecteur $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$

Soit $m(x, y) \in (BC)$

$\overrightarrow{Bm}\begin{pmatrix} x + \frac{1}{2} \\ y - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

l'equation de (BC) est $\begin{vmatrix} x + 1/2 & 0 \\ y - \frac{\sqrt{3}}{2} & -2\sqrt{3} \end{vmatrix} = 0$

$-2\sqrt{3}(x + 1/2) = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0$

b) $x + 1/2 = 0$

$z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow$

$(z + 1/2)^2 + 3/4 = 0$

$M \in (BC) \Rightarrow x = -1/2$

$\Rightarrow z = -\frac{1}{2} + 0$

$\Rightarrow z' = \frac{1}{\quad}$

$$= \frac{1}{-y^2 + 3/4} \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow M' \in (Ox)$

3)

$|z| = 1 \Leftrightarrow z\bar{z} = 1$

$\Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$

$$\Rightarrow z' = \frac{1}{z^2 + z + 1}$$

$$= \frac{1/z}{z + 1 + 1/z}$$

$$= \frac{\bar{z}}{z + \bar{z} + 1}$$

si $z = e^{i\alpha} \Rightarrow |z| = 1$ et

$z + \bar{z} = 2\cos\alpha$

$$\Rightarrow z' = \frac{e^{-i\alpha}}{2\cos\alpha + 1} = \frac{\cos\alpha - i\sin\alpha}{2\cos\alpha + 1}$$

$\Rightarrow M \setminus \{B, C\} \Leftrightarrow z = e^{i\alpha}, \alpha \in$

$\in [-\pi; \pi] \setminus \left\{\frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

$$z' = \frac{\cos\alpha}{1 + 2\cos\alpha} - i\frac{\sin\alpha}{1 + 2\cos\alpha}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\cos\alpha}{1 + 2\cos\alpha} \\ y = \dfrac{\sin\alpha}{1 + 2\cos\alpha} \end{cases}$$

$$x^2 = \frac{\cos^2\alpha}{(1 + 2\cos\alpha)^2}$$

$$y^2 = \frac{\sin^2\alpha}{1 + 2\cos\alpha}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{(1 + 2\cos\alpha)^2}$$

$$2x - 1 = \frac{2\cos\alpha}{1 + 2\cos\alpha} - 1 = \frac{-1}{1 + 2\cos\alpha}$$

$$(2x - 1)^2 = \frac{1}{(1 + 2\cos\alpha)^2} = x^2 + y^2$$

$\Rightarrow M' \in \Gamma' : x^2 + y^2 = (2x - 1)^2$

Exo 28

1) a) $f(x) = xe^x$

$D_f \in \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$

* $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$
* $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} xe^x = +\infty$

$f'(x) = e^x + xe^x = (x + 1)e^x$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $x + 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$f(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$

T.V de f

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	$0 \searrow$	$-\frac{1}{e}$	$\nearrow +\infty$

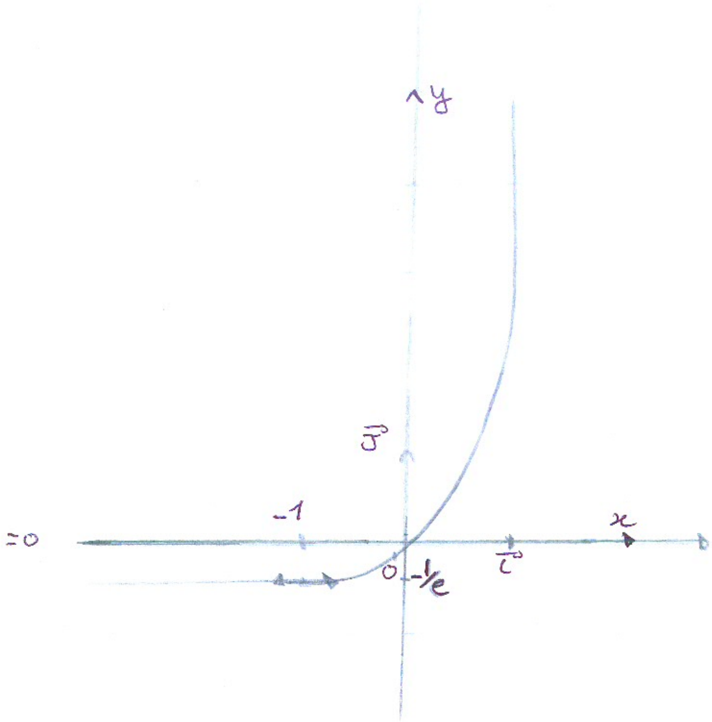
b) * $y = 0$ A.H à (C) au voisinage de $-\infty$

* $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{xe^x}{x} = \lim e^x = +\infty$

$\therefore$ (C) admet une B.P // $(y'y)$

au voisinage de $+\infty$

* $C \cap (y'y) : (0,0)$
* $C \cap (x'x) : (0,0)$



) $f(x) = xe^x$

$f'(x) = (x+1)e^x$

$f''(x) = (x+2)e^x$

$f''(x) - 2f'(x) + f(x)$

$\cdot (x+2)e^x - 2(x+1)e^x + xe^x$

$(x+2-2x-2+x)e^x = 0$

Donc : f est une solution de l'équation

différentielle

$y'' - 2y' + y = 0$

) L'aire du domaine plan limité

par (c), l'axe des abscisses et

s droites d'équations $x=0$ et

$=1$ est $A = \int_0^1 |f(x)|\,dx$

or : $\forall x \in [0,1]$, $f(x) \geq 0$

d'où : $A = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 xe^x dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = x \\ v(x) = e^x \end{cases}$

Alors : $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$\therefore A = [xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx$

$= [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1$

$= [(x-1)e^x]_0^1$

$A = 1$

2)a) $I_1 = (-1)^1 \cdot \int_0^1 xe^x dx$

or : $\int_0^1 xe^x dx = 1$

D'où $I_1 = -1$

b) $I_n = (-1)^n \cdot \int_0^1 x^n e^x dx$

Donc : $|I_n| = |(-1)^n| \cdot |\int_0^1 x^n e^x dx|$

$= 1 \times |\int_0^1 x^n e^x dx|$

$\forall x \in [0,1]$, $x^n e^x \geq 0$

D'où : $\int_0^1 x^n e^x dx \geq 0$

Donc : $|\int_0^1 x^n e^x dx| = \int_0^1 x^n e^x dx$

D'où : $|I_n| = \int_0^1 x^n e^x dx$

$0 \leq \cancel{x} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq e^x \leq e$

$\Rightarrow x^n \leq x^n e^x \leq e \cdot x^n$

$\Rightarrow \int_0^1 x^n dx < \int_0^1 x^n e^x dx \leq e \cdot \int_0^1 x^n dx$

$\Rightarrow \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 \leq |I_n| \leq e \cdot \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1$

$\forall n \geq 1 \cdot \frac{1}{n+1} \leq |I_n| \leq \frac{e}{n+1}$

or: $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{e}{n+1} = 0$

D'où d'après le T.G $\lim\limits_{n\to+\infty} |I_n| = 0$

Donc: $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 0$

c) $I_{n+1} = (-1)^{n+1} \cdot \int_0^1 x^{n+1} e^x \, dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{x} \end{cases}$

Alors: $\begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$\therefore I_{n+1} = (-1)^{n+1}\left([x^{n+1}e^x]_0^1 - (n+1)\int_0^1 x^n e^x \, dx\right)$

$= (-1)^{n+1}\left(e - 0 - (n+1)\int_0^1 x^n e^x \, dx\right)$

$= (-1)^{n+1} \cdot e - (-1)^{n+1}(n+1)\int_0^1 x^n e^x \, dx$

$= (-1)^{n+1} e - (-1)(-1)^n (n+1)\int_0^1 x^n e^x \, dx$

$= (-1)^{n+1} e + (n+1)(-1)^n \int_0^1 x^n e^x \, dx$

$\therefore I_{n+1} = (-1)^{n+1} e + (n+1) I_n \ , \ \forall n \geq 1$

1) $J = \int_0^1 \frac{(x^3+4x^2-3x-6)e^x}{x+1} \, dx$

	1	4	-3	-6
1	↓	-1	-3	6
	1	3	-6	0

$J = \int_0^1 \frac{(x^2+3x-6)(x+1)e^x}{(x+1)} \, dx$

$= \int_0^1 (x^2+3x-6)e^x \, dx$

$= \int_0^1 x^2 e^x \, dx + 3\int_0^1 x e^x \, dx - 6\int_0^1 e^x \, dx$

$= (-1)^2 \int_0^1 x^2 e^x \, dx - 3(-1)\int_0^1 x e^x \, dx - 6[e^x]_0^1$

$= I_2 - 3I_1 - 6(e-1)$

or: $I_1 = -1$ et $I_2 = (-1)^2 e + 2I_1 = e - 2$

D'où: $J = (e-2) - 3\times(-1) - 6(e-1)$

$= e - 2 + 3 - 6e + 6$

$\therefore J = 7 - 5e$

Exo 3:

1)a) on a: $f(0) = 0$ et

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} x \ln(1 + 1/x)$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln(x+1) - \ln x)$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} (x\ln(x+1) - x\ln x)$

$= 0 - 0 = 0$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

D'où: f est continue à droite en 0

b) $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x\ln(1+1/x) - 0}{x-0}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x\ln(1+1/x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \ln(1 + 1/x) = +\infty$

f n'est donc pas dérivable à droite en 0 et la courbe $\mathcal{C}$ de f admet, au point d'abscisse, une demi-tangente verticale

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \overset{+\infty}{x} \, \overset{\to 0}{\ln(1 + 1/x)}$ F.I

On pose $t = 1/x$

Alors $\lim\limits_{x \to +\infty} t = \lim\limits_{x \to +\infty} 1/x = 0^+$

et $x = 1/t$

$\therefore \lim\limits_{x \to +\infty} x \ln(1 + 1/x) = \lim\limits_{t \to 0^+} \dfrac{\ln(1+t)}{t} = 1$

$\therefore \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$

Donc : $y = 1$; A.H à $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$

2) a) $\forall x > 0, f(x) = x \ln(1 + 1/x)$

$\therefore f'(x) = \ln(1 + 1/x) + x\left(\dfrac{\frac{-1}{x^2}}{1 + 1/x}\right)$

$= \ln(1 + 1/x) - \dfrac{1}{x+1}$

$\therefore f''(x) = \dfrac{-\frac{1}{x^2}}{1 + 1/x} + \dfrac{1}{(x+1)^2}$

$= (-1/x^2)(x/x+1) + \dfrac{1}{(x+1)^2}$

$= \dfrac{-1}{x(x+1)} + \dfrac{1}{(x+1)^2}$

$= \dfrac{-x - 1 + x}{x(x+1)^2}$

$\therefore f''(x) = \dfrac{-1}{x(x+1)^2} < 0, \forall x > 0$

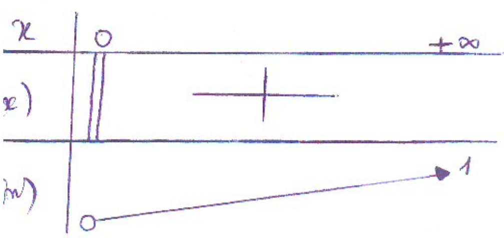
Donc f' est $\searrow$ sur $]0, +\infty[$

or : $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}\right)$

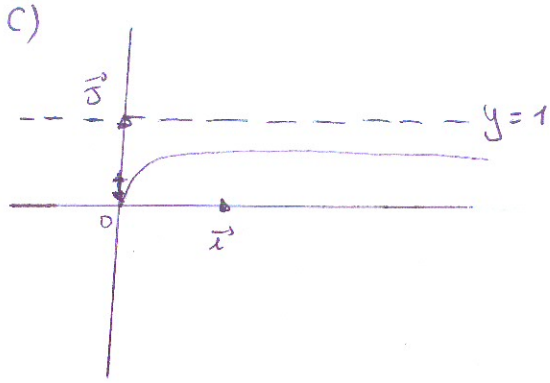
$= 0 - 0 = 0$

D'où : $\forall x > 0$, $f'(x) > 0$

b) T.V de f :



c)



3) a) pour que A_n existe il suffit que f_n soit continue sur $[0, 1]$

Montrons que f_n est continue sur $[0, 1]$

- sur $]0, 1]$, $f_n(x) = x^n \ln(1 + 1/x)$ est le produit des deux fonctions $x \longmapsto x^n$ et $x \longmapsto \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ continues sur $]0, 1]$ d'où f_n est continue sur $]0, 1]$

- Etudions la continuité de f_n à droite en 0.

$\lim\limits_{x \to 0^+} f_n(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln(1 + 1/x)$

$= \lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

$= \lim\limits_{x \to 0^+} x^n(\ln(x+1) - \ln x)$

$= \lim\limits_{x \to 0^+} (x^n \ln(x+1) - x^n \ln x)$

$= 0$

$= f_n(0)$

D'où f_n est continue à droite en 0

Donc : f_n est continue sur $[0, 1]$

et

et l'integrale $A_n=\int_0^1 f_n(x)dx$

existe et cette écriture définit

bien une suite numérique (A_n)

b) D'aprés le T.V de la fonction f

définie dansla question 1

on a: $\forall x \geq 0, \quad 0\leq f(x)<1$

D'où: en multipliant par x^{n-1}

on a: $\forall x\in[0,1]$

$0\leq x^{n-1}f(x)\leq x^{n-1}$

c) $A_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$

or: $\forall x\in[0,1], \ f_n(x)=x^{n-1}f(x)$

D'où: $\forall x\in[0,1], 0\leq f_n(x)\leq x^{n-1}$

Donc: $0\leq \int_0^1 f_n(x)\,dx \leq \int_0^1 x^{n-1}dx$

D'où: $0\leq A_n\leq \left[\frac{x^n}{n}\right]_0^1$

Donc: $\forall n\geq 1, \ 0\leq A_n\leq \frac{1}{n}$

or: $\lim\limits_{n\to+\infty} 1/n = 0$

D'où d'aprés le T.G

$\lim\limits_{n\to+\infty} A_n = 0$

) a) $I_n(\alpha)=\int_\alpha^1 x^n \ln x\,dx$

on pose $\begin{cases} u(x)=\ln x \\ v'(x)=x^n \end{cases}$

Alors: $\begin{cases} u'(x)=1/x \\ v(x)=\frac{1}{n+1}x^{n+1} \end{cases}$

∴ $I_n(\alpha)=\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x\right]_\alpha^1-\frac{1}{n+1}\int_\alpha^1 x^n dx$

$=\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x\right]_\alpha^1-\frac{1}{n+1}\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_\alpha^1$

$=\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln x-\frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\right]_\alpha^1$

$=0-\frac{1}{(n+1)^2}-\frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln\alpha+\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}$

∴ $I_n(\alpha)=\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}-\frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln\alpha-\frac{1}{(n+1)^2}$

b) $\lim\limits_{\alpha\to0^+} I_n(\alpha)=\lim\limits_{\alpha\to0^+}\left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}-\frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln\alpha-\frac{1}{(n+1)^2}\right)$

$=\lim\limits_{\alpha\to0^+}\left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}-\frac{\alpha^n}{n+1}(\alpha\ln\alpha)-\frac{1}{(n+1)^2}\right)$

$=-\frac{1}{(n+1)^2}$

∴ $\lim\limits_{\alpha\to0^+} I_n(\alpha)=-\frac{1}{(n+1)^2}$

c) $J_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}\ln(x+1)\,dx$

on pose $\begin{cases} u(x)=x^{n+1} \\ v'(x)=\ln(x+1) \end{cases}$

Alors: $\begin{cases} u'(x)=(n+1)x^n \\ v(x)=(x+1)\ln(x+1)-x \end{cases}$

on obtient $v(x)$ en utilisant

une I.P.P

∴ $J_{n+1}=\left[x^{n+1}((x+1)\ln(x+1)-x)\right]_0^1$

$=(n+1)\int_0^1 x^n((x+1)\ln(x+1)-x)\,dx$

$=2\ln2-1-0-(n+1)\int_0^1(x^{n+1}+x^n)\ln(x+1)\,dx$

$+(n+1)\int_0^1 x^{n+1}\,dx$

$=2\ln2-(n+1)\int_0^1(x^{n+1}\ln(x+1)+x^n\ln(x+1))\,dx$

$+(n+1)\left[\frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1-1$

$=2\ln2-(n+1)\int_0^1 x^{n+1}\ln x\,dx+\int_0^1 x^n\ln(x+1)\,dx$

$+(n+1)\left(\frac{1}{\quad}-0\right)-1$

$= 2\ln 2 - (n+1)(J_{n+1} + J_n) + \frac{n+1}{n+2} - 1$

$\therefore J_{n+1} = 2\ln 2 - (n+1) J_{n+1} - (n+1) J_n - \frac{1}{n+2}$

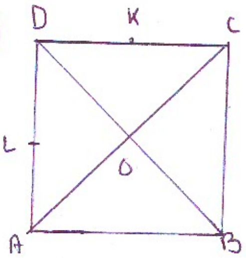
$\therefore J_{n+1} + (n+1) J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1) J_n$

$\therefore (n+2) J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1) J_n$

$\therefore J_{n+1} = \frac{2\ln 2}{n+2} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{n+1}{n+2} J_n$

Ex 04 :

1)



) Comme $BL^2 = BA^2 + AL^2$

$= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 + \frac{a^2}{4}$

$= \frac{5a^2}{4}$

t $AK^2 = AD^2 + DK^2$

$= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

Donc $BL = AK \neq 0$

'autre part :

$(\vec{AK}, \vec{BL}) \neq 0 \; [2\pi]$

onc : il existe une unique rotation

qui transforme A en B et K en L

Comme méd $[AB] = (OK)$

méd $[KL] = (BD)$

et $(OK) \cap (BD) = \{O\}$

le centre de r est donc le point O

un angle de r est

$(\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{2} \; [2\pi]$

3) a) Comme $D \neq B$ et $L \neq O$

il existe donc une unique similitude directe f_1 qui transforme D en L et B en O.

Le rapport de f_1 est

$\frac{OL}{BD} = \frac{a/2}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Et un angle de f_1 est : $(\vec{BD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4} \; [2\pi]$

b) Comme $f_1(\Omega) = \Omega$ et $f_1(B) = O$

on a donc : $(\vec{\Omega B}, \vec{\Omega O}) = \frac{\pi}{4} \; [2\pi]$

or : $(\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4} \; [2\pi]$

D'où : $(\vec{\Omega B}, \vec{\Omega O}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4} \; (\neq 0 \; [\pi])$

Donc le point Ω appartient au cercle circonscrit au triangle ODL c'est-à-dire que Ω appartient au cercle de diamètre [OD].

On constate que le point O est commun aux cercle de diamètres [AB] et [OD] mais qu'il n'est pas le centre de f_1 (car $f_1^{-1}(O) = B \neq O$) ;

le point Ω est donc le second point commun a^c ces deux cercles (autre que O)

b) Montrons que P est le point d'intersection de (BL) et (AK)

$(\vec{PB}, \vec{PL}) = (\vec{PB}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PL})$

$= (\vec{AB}, \vec{AD}) + (\vec{DO}, \vec{DL})\ [\pi]$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$

Donc $P \in (BL)$

De même:

$(\vec{PA}, \vec{PK}) = (\vec{PA}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PK})$

$= (\vec{PA}, \vec{BO}) + (\vec{DO}, \vec{DK})\ [\pi]$

$= -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 0\ [\pi]$

Donc : $P \in$ ~~(BA)~~ (AK)

P est donc le point d'intersection de (BL) et (AK)

c) Comme $f_2(B) = D$ et $f_2(O) = L$

un angle de f_2 est :

$(\vec{BO}, \vec{DL}) = (\vec{BD}, \vec{DB}) + (\vec{DB}, \vec{DL})$

$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$

Et le rapport de f_2 est :

$\frac{DL}{BO} = \frac{a/2}{a\sqrt{2}/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$f_2 \circ f_1$ et $f_1 \circ f_2$ sont deux similitudes directes de même rapport et de même angle et transforment le point B en au même point L (car $f_2 \circ f_1(B) = f_2(f_1(B))$

$= f_2(O)$

$= L$

et $f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D) = L$.

Donc $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$

Le centre de f_2 est donc celui de f_1 c'est-à-dire le point P

5) a) $h = f_1 \circ f_2$ est la composée de deux similitudes directes dont le produit des rapports est $\frac{\sqrt{2}}{\ } \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\ }\ (\neq 1)$ et dont la somme des angles est $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi\ [2\pi]$

et ayant même centre P d'où

h est une homothétie de centre et de rapport $-1/4$.

or : $h(P) = f_1 \circ f_2(B) = f_1(f_2(B)) = f_1(D) =$

D'où : $\vec{PL} = -\frac{1}{4}\vec{EB}$

Donc : $4\vec{PL} + \vec{PB} = \vec{0}$

Donc : $P = \text{bar} \left| \begin{array}{c|c} B & L \\ 1 & 4 \end{array} \right|$

b) $P = \text{bar} \left| \begin{array}{c|c} B & L \\ 1 & 4 \end{array} \right|$

$\Rightarrow P = \text{bar} \left| \begin{array}{c|c|c} B & D & A \\ 1 & 2 & 2 \end{array} \right|$

Or : $B = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ 1 & 1 & -1 \end{array}$

D'où : $P = \text{bar} \begin{array}{c|c|c|c|c} A & C & D & D & A \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 2 \end{array}$

$\Rightarrow P = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ 3 & 1 & 1 \end{array}$

$\Rightarrow P = \text{bar} \begin{array}{c|c} A & K \\ 3 & 2 \end{array}$

Partie B :

1) $r = S_1 \circ S_2$ est composée de deux

reflexions de plans perpendiculaires

dont la droites d'intersection est (AD).

D'où : r est le demi _ tour d'axe (AD).

2) $t = S_3 \circ S_4$ est composée de deux

réflexion de plans parallèles

d'où t est une translation.

le vecteur de t est : $2\vec{DA}$

3) $f = r \circ t$ est composée d'une translation

et d'une rotation telles que le

vecteur de la translation est un

vecteur directeur de l'axe de la

rotation

D'où : f est le vissage d'axe (DA)

d'angle π et de vecteur $2\vec{DA}$.